

第四章 情報エントロピーの力

2006/08/24

これまで「不確定」と呼んできた概念は、情報理論によって定量的に扱うことができる。その量とは、「情報エントロピー」のことである。情報エントロピーという用語を用いて、不確定分子モーターの原理を言い表せば次の様になる。

温度差の無い環境下で熱を仕事に変換する場合、取り出すことができる仕事の最大値は、その仕事自身に含まれる情報エントロピーに比例する。

$$E \leq TS$$

E: 取り出される仕事(エネルギー)

T: 温度

S: 情報エントロピー

熱統計力学で言うエントロピーと情報理論におけるエントロピーとは、同一視できるのか、別物なのか、従来より様々な議論が為されてきた。本論では、この2つのエントロピーは同一であるという立場を取る。そして、取り出される仕事自身が不確定な要素(=情報エントロピー)を有することによって、それだけのエネルギー(=熱統計エントロピー $\times$ 温度)が得られる、というのが本論の主張である。

(よく巷に「情報は無尽蔵にあるのだから、そこから無限のエネルギーを取り出すことができる」といった類の誤った議論を見かけることがあるが、本論の主張はそれらとは異なるので誤解なきように。)

まず最初に、情報エントロピーとは何かについて述べよう。
(情報エントロピーについて基礎知識のある方は、本節と次節は読み飛ばして構わない。)

エントロピーという言葉は、主に二つの分野で使われている。一つは第一章で見てきたような熱統計力学の分野、もう一つは情報理論の分野である。紛らわしいことに、この2つのエントロピーは同一ではない。例えば、熱運動する分子の位置や運動量、電気双極子や磁気双極子の向き、ある分子の化学種や配列の仕方、こういった対象についての情報は直接利用可能なエネルギーに変換することができる。この場合は熱統計エントロピーと情報エントロピーは等価と言っても良い。ところが、さいころを転がして次にでる目の数とか、ある文章で次に来る文字、現在の株の値段、こういった人為的な情報は知っていたからといって直接利用可能なエネルギーに変換できるわけではない。この場合、情報エントロピーは定義できても熱統計エントロピーは定義できない。古典的な情報理論の主な関心事は、情報をどうすれば効率よく、誤りなく伝達できるかという点にある。そこでは情報の中身が具体的に何であるかは問われない。つまり、数値化できる情報であれば何でも情報理論の対象になり得る。一方、熱統計力学におけるエントロピーの主たる役割は「変化の向き」、即ち「エネルギーの流れる方向」を示すところにある。熱統計力学の対象は、始めから「エネルギー絡み」のものに限定される。「ロイヤルストレートフラッシュは自由エネルギー何ジュール分の価値があるか」などという問は、熱統計力学の観点からすればナンセンスであろう。トランプの札をどう読むかは人間が恣意的に決めたルールであり、エネルギーは自然の定めた値だからである。※

以下では、もう一方のエントロピーに関連する情報エントロピーについて見てみよう。情報を科学として扱おうとするときに、まずしなければならないのは「情報の大きさ」を数値化することである。情報の大きさを計るのに最も素朴な方法は、選択子の数を数えることだ。例えば、YesかNoかの質問に対する答えは2つの選択子から1つを決めるだけの情報を持っているので「選択子2」と数えることができる。0から9までの数字1字がもたらす情報量は「選択子10」、いま転がしたサイコロの目が何であるか知ったときの情報量は「選択子6」である。

このように選択子の数をもって情報量とする方法は単純で解かりやすいのだが、考えを進めるとすぐに不便な点が出てくる。まず不便なのは、単純な加算ができないことだ。サイコロを一回振ったときの選択子は6だが、2回振ったとき(又は2個振ったとき)の選択子は $6 \times 6 = 36$ 、3回なら $6 \times 6 \times 6 = 216$ となる。これでは扱いが難しい。もしサイコロ一回の情報量がXならば、2回で2X、3回で3Xとしたいところである。もう一点、「選択子1」というのはもともと決まっていることなのだから、情報量は0としたいところである。

こういった不便を鑑みて、もう少しスマートな情報の数え方が編み出されている。それは、最も単純な情報の形態「Yes/No」を基本単位とする数え方だ。一回の「Yes/No」によってもたらされる情報量を1と定義する。つまり「情報量1」は「選択子2」に相当する。「Yes/No」を2回繰り返したときに得られる情報量を2とする。2回の「Yes/No」で4個の選択子のうちの1個を指定できるので、「情報量2」は「選択子4」に相当する。以下「情報量3」は「選択子8」、「情報量4」は「選択子16」...「情報量n」は「選択子 (2^n) 」に相当することになる。それでは、サイコロを一回振ったときの情報量は幾つになるだろうか。情報量をXとして上記のルールに従えば、 $6 = 2^X$ だから $X = \log[2]6 = 2.5849625$ となる。この2.5849625 という数字の意味は、「サイコロを一回振ったときの情報量はYes/Noの質問2.5849625 回分に等しい」と解釈できる。Yes/Noの質問だけを使って1から6までの数字のうちの1つを当てることを考えてみよう。一回目に「4以上ですか?」という質問によって候補を3個に絞ることができる。2回目に「偶数ですか?」という質問によって、運がよければ当たるし、運が悪ければ3回目の質問をしなければならない。つまり6個の選択子のなかから1つを絞り込むには、Yes/Noの質問2回では少ないし3回では多すぎるのだ。この数当てを何度も繰り返せば、質問の回数は平均して2.5849625回に近づいてゆくことになる。以上の考え方をまとめると、情報量の定義は次の様になる。

n個の選択子のなかの1つを指定するだけの情報量Xは、 $X = \log[2]n$ である。

この情報量Xの値は「Yes/Noの質問何回分か」を表している。情報量の単位は「bit」である。bitという言葉はコンピューター等でおなじみかもしれないが、もともとは情報量の単位だったのである。

上の情報量の定義では、暗黙の内に「全ての選択子が等確率で起こる」という仮定を敷いていた。同じYes/Noの質問であっても「コインを投げて表が出るか？」に対する解答は(特別なコインで無い限り普通は)5分5分だが、「今日はあなたの誕生日か？」の解答は1:364.25である。それでは「今日はあなたの誕生日か？」という質問の答によって得られる情報量はいくらだろうか。解答がYesの場合、得られる情報量は $X_y = \log[2]365$ となる。解答Noの場合、365の選択子が364に絞られるのだから、単純にはゆかない。この場合、選択子の数の代わりに「Noの出る確率(の逆数)」、 $(365/364)$ という数を使う。つまり、Noの場合に得られる情報量は $X_n = \log[2](365/364)$ ということになる。なぜ選択子の数を確率で置き換えられるのだろうか。365の選択子を364に絞るということは、365の選択子を1つに絞ったあとで再び364に広げるのと同じだと考える。この考え方に従うと情報量 $X_n = \log[2]365 - \log[2]364$ となる(プラス365マイナス364)。これは、上の $\log[2](365/364)$ と同じことだ。一般にm個の選択子からn個を絞り出す場合の情報量Xは、 $X = \log[2](m/n)$ となる。nが1のときは、単に $m/1 = m$ を使えばよかったわけだ。さて、「誕生日の質問の答」によって得られる情報量は、Yesの情報量とNoの情報量の平均値だから、 $X = (1/365)X_y + (364/365)X_n$ となる。ここで単純に $(X_y + X_n)/2$ としてはいけない。なぜならYesが返ってくる確率はNoが返ってくる確率よりずっと小さいからだ。選択子の確率が異なる場合の情報量の定義は次の様になる。

ある事象の結果にi個の選択子があって、個々の選択子1, 2, 3...iが実現する確率がそれぞれP1, P2, P3...Piだったとする。

この事象の結果が解かったときにもたらされた情報量Xは、

$$\begin{aligned} X &= P1 * \ln[2](1/P1) + P2 * \ln[2](1/P2) \\ &\quad + P3 * \ln[2](1/P3) \cdots + Pi * \ln[2](1/Pi) \\ &= \sum [1 \sim i] \{Pi * \ln[2](1/Pi)\} \end{aligned}$$

この世の中の情報の全てが選択子の形で与えられるとは限らない。例えば「おやつの時間は3時にする」と言われたとき、「3時」という数はいくほどの情報をもたらしているのだろうか。時間の様に連続的な数値の持つ情報量は、数値の精度に依存することになる。「3時」が時間単位だったなら、「おやつは3時」のもたらす情報量は一日24時間のうちの1時間を選び出したということで $\ln[2]24$ である。これが分単位の3:00だったなら、一日1440分の中の1分を選び出したので、精度の低い時間単位より多くの情報量を得たことになる。連続的な時間の中で、一点の時刻を指定したすると、一点は精度無限大なので情報量も無限大ということになる。しかし、精度無限大、情報量無限大という状況は考えづらい。この困難を回避するため、実際には適当な精度で離散的な量に変換してから改めて情報量を考えるのである。余談だが、時間にルーズな人との待ち合せ時間は「3時」と指定するより「3時12分」などといった中途半端な時間を指定した方がよい。「3時」よりも「3時12分」という言い回しの方が、より高い精度で時間を扱っていることをほのめかすからだ。

世の中には始めから数値化するのが難しい情報も沢山ある。絵画から受けた印象とか、ある言葉から受けた動揺の大きさとか、人間くさい情報は最も数字になりにくい。現実の世界を生きる人間にとって、情報における最も重大な関心事は、情報の中身それ自体であろう。成功の知らせであるか、失敗の知らせだったのか。有用であるのか、無価値なのか。しかし、情報理論の立場からすると、情報の中身それ自体には全く関心が無い。良い知らせだろうと悪い知らせだろうと問題ではない。問題は、その知らせの「量」だけなのである。情報の意味を切り離したのは情報理論の成功の秘訣だと言える。しかし同時に、その切り離された部分は情報理論が最初から見捨てた適用の限界であるとも言えるだろう。

さて、情報量の話が長くなったが、情報量が理解できれば情報エントロピーもすぐに理解できる。情報エントロピーとは、「情報量にマイナスの符号をつけたもの」である。選択の幅がせばまったときにプラスの情報量を獲得するのなら、反対に選択の幅が広がったときには情報を失ったものと考えることができる。

(情報を失う) = (マイナスの情報を受け取る) = (情報エントロピーを受け取る)

この三者は同じことを表している。

「選択の幅が広がる」とは具体的にどんな状況を指すのだろうか。「答えを得る」の逆は、「問題が与えられた」ときだ。未知の要素が外部から与えられたとき、それが一体何であるのかを推測する幅が広がることになる。わからないことが増えたとき、情報エントロピーが増大したと言う。例えばポーカーを思い浮かべてみよう。現在手元に5枚のわかっている札があったとして、このうちの一枚を取り替えたとなると、次の手の取り得る可能性は $52-5=47$ 通りに広がる。このトランプの札1枚を取り替えるという行為が $\ln[2](47)$ だけの情報エントロピーを増やすことに相当する。アルファベット1文字の書かれた(未開封の)手紙を受け取ると、情報エントロピーは $\ln[2](26)$ だけ増大する。1分間にアルファベット2400文字を送る通信回線は、1分あたり $\ln[2](26^{2400})$ の情報エントロピーを運んでくる。「情報量」と「情報エントロピー」は表裏一体の関係にある。裏返しになったトランプを受け取るとは情報エントロピーを受け取ることに相当する。そのトランプを表に返して何の札かを読み取る行為は情報量を増やすことに相当する。

「情報エントロピー」を一言で言い表すのは難しい。「わからなさ」「選択の自由さ」「不確定の度合い」といったところであろうか。情報とは、与えられた選択肢の数に着目すれば、その大きさを数値として示すことができる。選択肢が狭まったとき、我々は情報を得た、情報量を取得した、と言う。その反対に、選択肢が広がったとき、あるいは考慮すべき要素が増したとき、情報エントロピーが増大した、と言う。これは私流の読み方だが、「情報エントロピー」という用語の解釈に苦しむときは、「情報量が減る」と読み替えてみるとよい。この解釈で、大抵の文脈は通るはずだ。

■ ※

世の中には簡単に分類できない対象があるかもしれない。例えばDNAの塩基配列は、単に生物にとっての記号に過ぎないのか、エネルギーの絡んだメカニズムがあるのか一言では片付かないであろう。ただ、情報と名が付いたからといってその全てが熱統計エントロピーに結びつくわけではない、ということはある。これは確かである。

前節で見てきたように”情報エントロピー”と”熱統計エントロピー”はもともと全く異なった分野で生まれたものだ。それにもかかわらずなぜ両方とも同じ”エントロピー”という名前と呼ばれているのだろうか。最も保守的な答は「2つのエントロピーは本来別のもので、単に数式の形が似ているから」である。最も急進的な答は「2つのエントロピーは本質的に同じもの」ということだ。本論では、後者の急進派の立場をとる。(ただし、前節に触れたように、明らかに人為的に定めたラベル的なものは除外する。) ここで立場云々を論ずる前に、まず2つのエントロピー、情報と熱統計のどこが似ているのかを見ることにしよう。

情報エントロピーと熱統計エントロピー、この2つはまず同じ形の数式で表現される。

熱統計エントロピー $S = k * \ln(W)$

情報エントロピー $S = P * \text{Log}[2](1/P)$

ここでWは体系の取り得る場合の数、Pは事象の起こる確率であった。要するにどちらのエントロピーも”場合の数の対数”ということである。この”対数”という関係がどこから出てきたのか思い起こしてみよう。

まずは熱統計エントロピーの方から。本論で対数が登場したのは、気体の等温膨張からであった。(1章-9節) 膨張する気体から仕事を取り出そうとしたとき、得られる仕事の総量Eは気体分子の飛び回れる範囲W(体積V)の対数に比例するということだった。膨張する気体というのは特殊な一例だが、ここで得られた結論は一般に適用できる。熱を仕事に変換するには必ず、分子の状態が限られた範囲からより広範囲に広がるという過程が伴う。得られる仕事と広がった範囲の間には(仕事) = Log(範囲)の関係が成り立つ。

一方情報エントロピーの方は、場合の数をビット数で表わすと(ビット数) = Log(場合の数)となっていた。ビットの意味は、場合の数を1, 0で表現するのに必要な数字の数(桁数)のことである。このように情報エントロピーを定義したのは、場合の数をそのまま数えるよりも対数をとった方が計算に便利ということであった。総じてエントロピーとは”対象の取り得る場合の数”のことである。この定義は熱統計、情報のどちらにもあてはまる。それゆえどちらも同一の”エントロピー”という言葉で呼んでいるのである。しかし、何の場合の数を問題にするかで熱統計と情報の間に違いが出てくることになる。

ここで熱統計エントロピーでいうところの”体系の取り得る場合の数W”をとりあげてみよう。すでに登場した”気体分子の配置方法”は”場合の数W”の具体例である。分子同志の並び方、つながり方といったものも”場合の数W”として数えられる。それでは、対象となる物体の形状は”場合の数W”として認められるだろうか。丸い風船に入った気体と四角い箱に入った気体では、明らかに異なる状態下にあるといえる。放っておいても丸が四角にはなならない。銅の一片も、丸くて特別な表記が成されているものに10円の価値がある訳で、たたきつぶしてのべ板にしたらずっと価値が下がってしまう。人間の目から見れば最優先すべき”形”なのだが、残念ながら熱統計力学の見方では”形”の違いを異なる状態としては扱わない。どうして体積の違いは問題にするのに形の違いは切り捨てられるのだろうか。形は数字にならないから? そうではない。鍵となるのは”エネルギー”だ。体積が同一であれば、丸い入れ物を四角に変形するには(上手に行なえば)ほとんどエネルギーを要しない。10円玉をのべ板に直すのだって、長い時間かけてじわじわやればわずかのエネルギーでできることだ。ところが、気体の体積を小さく圧縮するには、どんなに上手に行なっても必ずある量のエネルギーが必要となる。エントロピーの最初の定義を思い出そう。熱統計エントロピーとは(出入りしたエネルギー/温度)であった。熱統計で取り上げる「場合の数W」とは、「場合の数の変化が直接エネルギーの出入りとなって現われるもの」に限られるのである。

これと較べて、銅片が10円玉であるかのべ板かの違いは、エネルギーの違いではなく、銅片を手にとった人間が受け取る情報の違いであるといえる。この違いは情報エントロピーとして扱うことはできるが、熱

統計とは関係ない。情報とは人間の認知するもの全てであるから、人間が異なる状態として数え上げられるものならば何でも情報エントロピーとして扱うことができる。よく引き合いに出される”書斎のエントロピー—部屋が散らかっているほどエントロピーが大きい”というのは、あえて言うなら情報エントロピーが大きいのだと解釈できる。熱統計エントロピーとして定義できる量であれば、それを情報エントロピーとして扱うことはほとんどの場合、可能であろう。例えば圧縮した気体を1、膨張した気体を0と見なした記憶素子があっても構わない。”情報”というのは単なる約束事だから、物理的な対象は非常に広範囲である。反対に情報エントロピーとして定義された量は熱統計エントロピーになるとは限らない。



以上で私は、熱統計エントロピーと情報エントロピーはきちんと分けて考えるべきだと述べた。分子の動き回る範囲を変化させるにはエネルギーが要るから熱統計。分子同志、あるいは原子同志の配列を変えるのにもエネルギーがからむので熱統計。物体がどんな形をしているかということはエネルギーと無関係なので情報。(ただし、ばねのように物体の変形にエネルギーが要るのなら熱統計の対象になり得る。) 配列を変えてもエネルギーが変化しないもの、トランプの札や福引の玉は情報である。本棚の同じ高さにある本が整然と並んでいるかぐちゃぐちゃかの違いは情報エントロピーとして表わすことができる。では、異なる高さの棚にある本を移動したら、これはエネルギーを要するので熱統計エントロピーといえるだろうか。変わった例だがその通りで、高さの違いは熱統計エントロピーとして扱うことができる。重力場の中で分子がどのように分布するかを調べるのは統計力学の課題である。本のように超巨大な分子？は下にたまるというあたりまえの結論が下される。ここで話を打ち切れれば、熱統計エントロピーと情報エントロピーの間にはきちんとした境界線が引ける(熱統計は情報に含まれる)ということで一件落着なのだが、実はこの境界線を破るケースが考えられるのである。次に、”熱統計と情報の境界線を破るケース”を説明しよう。

前に[1章-10節]でこんなことを述べた。「熱と仕事の違いとは、つきつめれば観測者が分子の運動を知っているか知らないかの違いである。次に来る分子の運動が予測可能なら利用できるからこれは仕事だし、予測不可能なら利用できないのでこれは熱である。」熱統計エントロピーの値は、観測者の持っている知識によって変わってしまうといったやっかいな問題をはらんでいるのである。いまここに気体—熱運動する分子の一群があったとしよう。そして、この気体を見る2人の観測者A、Bがいて、Aは分子運動の全てを知っており、Bは何も知らなかったとしよう。このとき同一の気体でありながらAにとっては熱統計エントロピー0で、Bにとってはしかるべき値をとることになる。エントロピーとは、そもそも”場合の数の対数”であった。ということは、場合の数が何通りと数える主体によってエントロピーの値は異なってしまうのではないか。ただ気体の場合、分子運動の一つ一つを知っているAのような超人はいないだろうということで客観的な値を決めているに過ぎない。(例えば同じ種類の気体、酸素と酸素を混合してもエントロピーは変化しないが、同位体を区別して酸素16と酸素18の混合ならエントロピーは増えることになる。つまり、見方によってエントロピーの値は変わってしまうのである。)

問題をもう少し明確にするため、Aほどの超人に代わって、こまめに記録をとることができるA'に登場してもらおう。A'は、まず分子運動を観測して結果をノートに記録する。そしてA'はこの記録をもとにして分子運動から仕事を取り出すことができるものとする。もしノートをなくしてしまったら仕事を取り出すことはできない。ここで問題、ノートの上に書かれた文字列は、熱統計的な意味を持たない単なる記号の羅列なのだろうか、それとも熱統計エントロピーが定義できる対象なのだろうか。当初の考え方からすると、文字の並び方が変わったところでノート自身のエネルギーが変化するのではないから、この文字列には情報エントロピーは定義できても熱統計とは無関係ということになるだろう。しかしA'にとってみれば、ノート上の文字列と分子の状態とは同等の意味を持っている。分子運動を記録したノート、これが”熱統計と情報の境界線を破るケース”なのである。ここで、A'は人間ではなくコンピュータであり、ノートとはコンピュータのメモリーのことだすれば、熱統計エントロピーと情報の関係がより明確になるであろう。第3章で見てきた様に、コンピュータのメモリーの状態には、情報エントロピーだけでなく、熱統計エントロピーも定義できるのである。

A'のノートの問題について、私は次の様に考えている。

「ノート上の文字列は、第三者にとっては単なる記号の羅列に過ぎないが、観測者A'にとっては熱統計エントロピーが定義できる。」

エントロピーとは場合の数のことではあるが、場合の数がエネルギーの出入りと関係があるときにしか熱統計エントロピーは定義されない。この意味で、原則としてノートに記録された文字列とか、脳やメモリーに蓄えられた知識には(情報エントロピーは定義できても)熱統計エントロピーは定義されない。ところが、もともとエネルギーの出入りと無関係だった場合の数であっても、適当な機構(人間、機械、etc)によってエネルギーの出入りと結び付くことがある。エネルギーの出入りに関連付けられた場合の数であれば、間接的ではあっても熱統計エントロピーが定義できる。エネルギーと結び付いた機構(観測装置+取り出し装置の部分)がなくなれば、熱統計エントロピーの意味も失われる。

普通に考えれば「ノートに書かれた文字列」に熱統計的な意味は無い。なぜならノートの内容と、エネルギー(ノートを燃やしたときに得られる熱量)の間に何の関係もないからである。ところが、このノートを使ってエネルギーを取り出すことのできる機構、A'のような人間とか、適当な取り出し装置、などがあると事情は変わってくる。こういった装置があると、ノートの内容がエネルギーと絡んでくることになる。熱統計エントロピーは、適当な変換機構があれば、情報エントロピーの上に写像することができる。(逆は真ならず、もともと熱的な意味を持たない情報からエネルギーを取り出すのは無理な話だ。) 場合の数がエネルギーの出入りと関係があるかないかは、その場合の数をエネルギーに変換できる機構が存在するか否かで決まることなのである。気体の体積はピストンという機構によって直接仕事に変換できる。分子運動を記録したノートの文字列を仕事に変換する機構はピストンに比べればはるかに複雑ではあるが、「場合の数をエネルギーに変換する機構」という点ではピストンと同類なのである。

”熱統計と情報の境界線”は、場合の数を仕事に変換する機構の有無によって決まる。複雑な機構をひねくりだしさえすれば、おそらくどんな場合の数であっても熱統計と結びつけることは可能であろう。ただ頭の中だけでやたらと複雑な結びつきを作ること、それ以上に重要な意味があるとも思えない。結局のところ”熱統計と情報の境界線”は、場合の数を仕事に変換する機構が実現できるか否かによって引くしかないであろう。

もちろんいかなる変換機構を用いたところで、 $(\text{全エントロピー}) = (\text{熱統計エントロピー}) + (\text{情報エントロピー})$ が減少することはない。適当な機構の存在によって可能になるのは、熱統計エントロピーを、もともと熱とは何の関係なかった対象の上に置き換えることだけである。

熱統計エントロピーと情報エントロピーを相互変換する機構の存在を認めれば、両者の間に本質的な違いは無いのだと言える。観測とは、物理的な対象をメモリー上に置き換えるプロセスであり、また、メモリー上の記録から物理的な仕事を引き出せる。かつて、1個1個の分子を扱うことが夢物語であった時代には、熱統計と情報の関係は形式的な意味合いしか持たなかった。今日、ナノテクノロジーが現実の物語として語られる時代となって、2つのエントロピーはこれまで以上に重大な意味合いを帯びてくることだろう。

■ ※

熱統計エントロピーと情報エントロピーが同じものなのであれば、情報を投入することによって無限のエネルギーが得られるのではないか？

本節の説明をよく見れば、決して無限のエネルギーを取り出せないということが分かるはずだ。熱統計エントロピーと情報エントロピーは相互に変換し合うだけである。 $(\text{全エントロピー}) = (\text{熱統計エントロピー}) + (\text{情報エントロピー})$ は常に増大する。変換ができたからと言って無限のエネルギーが得られる訳ではない。熱統計と情報の境界線が薄れたことによって、熱統計力学が何らかの修正を迫られることはない。ただ、統計力学の適用範囲が拡張しただけである。

それでは、いよいよここで「不確定分子モーターの原理」についての定式化を行なおう。

■ 命題

ある系が外界から熱量 Q を取り入れ、それを仕事(利用可能なエネルギー) E に変換することを考える。温度差の無い環境下で、他に何ら変化の痕跡を残さず熱を仕事に変換することは、従来不可能と考えられてきた。しかし、エネルギー E の出力の仕方が非決定的であり、何通りかの出力パターンをとり得る場合には、熱から仕事を取り出すことは必ずしも不可能ではない。ここで言う出力パターンとは、エネルギーがどのタイミングで出力されるかについての場合の数、つまり時間軸上の場合の数を意味している。

系から取り出されるエネルギー E を縦軸に、時刻 t を横軸にグラフを描いたとき、グラフがただ1本の線で表現できるのであれば出力の仕方は決定的である。このときの出力パターン数は1であり、熱から仕事(利用可能なエネルギー)を取り出すことはできない。しかし、予想されるグラフが N 本あって、実際にエネルギーが取り出されるのが N 本の中のどれになるのか予め言い当てることができない場合には、熱から仕事(利用可能なエネルギー)を取り出すことができる。仮に N 本のグラフの重み(実現する確率)が全て同等だったとすれば、取り出されるエネルギー E の最大値は、出力パターンの総数 N の対数に比例する。

$$E \leq kT \ln N$$

k : ボルツマン定数

T : 絶対温度

N : エネルギーの出力の仕方についての場合の数、出力パターンの総数

N 本のグラフの重み(実現する確率)が同等でなかった場合、一般的な出力パターンの総数 N は次の様に求められる。 N 通りの出力がそれぞれ確率 P_n で実現するとき、上式の $\ln N$ に相当する項は

$$\sum [n] P_n \ln (1 / P_n)$$

で置き換えられる。この実現確率 P_n を用いて最初の式を書き直せば

$$E \leq kT \sum [n] P_n \ln (1 / P_n)$$

となる。

上の命題を次の様に言い換えることもできる。

系が出力するエネルギー E を一種の情報伝達の信号ととらえて、一定時間内に E が出力先にもたらす情報エントロピーを S' とする。このとき、一定時間内に系から出力される E の積算値は、情報エントロピー S' に温度 T を乗じたものを超えることはない。

$$E \leq T S'$$

$$S' = k \ln N = k \sum [n] P_n \ln (1 / P_n)$$

エネルギーEの出力の仕方が非決定的であり、予測できないということは $S' > 0$ ということである。
 $S' > 0$ であれば $E \geq 0$ となり得る。つまり、上式で与えられた上限を超えない範囲で、幾ばくかの利用可能なエネルギーが得られる可能性がある。

■ 利用可能であることの定義

上の命題で言う「利用可能」とは、一体どのような状態を示しているのだろうか。

仕事を利用するには、利用者が「かくあつて欲しい」と期待するベクトルが存在する。このベクトルを期待ベクトルUとする。Uは単に方向を示す無次元の量である。Uは必ずしも固定ではなく、一般には時間tに対する関数U(t)として表される。一方、仕事の発生源のベクトルを仕事ベクトルV(t)とする。Vは、仕事発生源の出力に位置する境界面sを通過するエネルギーの流量E(t)に、境界面sの法線ベクトルを乗じたものである。

$$V(t) = N_s * E(t)$$

ここで、仕事ベクトルVが利用可能であるとは、ある期待ベクトルUが存在して、取り出される仕事の総計

$$\int [t] (U(t) * V(t)) dt \neq 0$$

とできることである。

要は仕事の発生源Vに対して、内積の時間平均が0とならないような上手いベクトルUを利用者が用意することができれば、Vはその利用者にとって利用可能であるとするわけだ。全くランダムな熱運動は、いかなるベクトルUをもってしても内積の時間平均が0となる。つまりランダムな熱運動は利用可能ではない。利用者がベクトルUを用意できるとは、即ち利用者が仕事ベクトルVの出方を知っている、予測できる、ということである。上の定義は「利用者が何らかの知識を持ち合わせていれば利用可能である」ということを、U, Vという道具立てを用いて表現したまでに過ぎない。

■ 利用可能な仕事についての検討

周知の様に、仕事とは「力x距離」(気体を念頭に置けば $E=PV$)のことである。マクロな視点から見たとき、仕事の定義はこれで十分なのだが、今検討中の問題に対してはもう少し補足すべき事項がある。それは「利用可能な仕事とは、作用する向きが機知である」という点だ。マクロな世界では仕事と熱の区別は自明なものであったが、ミクロな世界において両者の区別は必ずしも自明ではない。ランダムに熱運動する分子が他の分子に衝突したとき、分子に対して及ぼした力積を「仕事」と呼ぶだろうか。ここで言う「利用可能な仕事」には、「作用する向きが機知である」といった意味付けを行う必要がある。

熱力学においては、利用可能なエネルギーのことを「自由エネルギー」と定義付けている。(ギプスの自由エネルギーとは

$$G = U - TS$$

で定義付けられる量のことである。

Uは系の持つ全内部エネルギー。

TSは、温度xエントロピー＝熱の持つエネルギー。

Gとは、全エネルギーから直接利用することのできない熱エネルギーを差し引いた分である。

それでは、上の命題で言う仕事(利用可能なエネルギーE)は、この自由エネルギーと同じものだろうか。そうではない。なぜなら、ここで言う利用可能な仕事 $E = \text{自由エネルギー} G$ を認めると、Gが増加すること＝Sが減ること、つまりエントロピーの減少を意味するからだ。ここで言う仕事(利用可能なエネルギーE)は、自由エネルギーGと同じではない。つまり、ここで言う仕事(利用可能なエネルギーE)とは、
「作用する向きが機知でありながら、自由エネルギーとは呼べない」

ような奇妙な性質を持った作用のことなのである。この奇妙な性質を持った仕事が具体的に何であるかと言えば、それは「作用する時刻が不確定」な仕事のことを指す。「作用する時刻が不確定な仕事」は、無条件に自由エネルギーと等価であるとは言い難い。時刻が不確定という側面からすると、この仕事は情報エントロピーの運び手となっている。それと同時に、一方の向きに作用するという側面からすると、利用可能な仕事でもあるわけだ。

■ 熱力学的な定式化

それでは、この奇妙な性質を持つ、作用する時刻が不確定な仕事を何と呼ぶべきだろうか。

ここで1つの前提を受け入れる必要がある。それは $S' = S$ 、つまり情報エントロピー＝熱統計エントロピーである、とすることだ。

完全に熱平衡に達した系は、利用すべきものが何も残されていない、自由エネルギー＝0の状態である。

$$G = U - TS = 0$$

この0の状態から「不確定なエネルギーE」が生み出されるとは、

$$E - TS' = 0$$

ということだ。ここで出現した S' は、E自身が有する情報エントロピーである。 S と S' が等価なものだとすれば、 $E = TS' = TS$ に相当するだけのエネルギーが生ずることになる。それでは、このEとは一体何なのだろうか。Eとは「不確定」であり、「利用可能な」エネルギーでありながら、自由エネルギーではない。古典的な熱力学には、この「不確定なE」を呼ぶ適当な用語は無いように思われる。そこで本論では、ここに出現する奇妙なエネルギーを

「情報エネルギー」

という造語で呼ぶことにする。情報エネルギーとは、「情報エントロピーから生み出される力」という意味である。造語センスの善し悪しはともかく、「情報エネルギー」が古典的な熱力学から見ればあいまいな位置付けにあることだけは確かだろう。

■ 情報エネルギーは熱と同じか

不確定であり、利用可能でありながら、自由エネルギーではない量のことを、ここでは「情報エネルギー」と呼ぶことにした。情報エネルギーは自らの持つ情報エントロピー S' に相当する大きさを持ち合わせている。

$$E = TS'$$

ところで、熱エネルギーとは温度にエントロピーを乗じたものである。

$$Q = TS$$

ここで両者を比べると、情報エネルギーとは要するに熱エネルギーのことなのではないかとの疑念に駆られる。ここで想定している装置は単に熱を取り入れて熱を出力しているだけ、つまり何も行っていないのではないか。そして、情報エネルギーなどという用語は単なる言葉のあやであって、その実体はただの熱に過ぎないのではなかろうか。

この指摘は、実のところ半分当たっているのである。エントロピーの運び手という側面からすれば、熱エネルギーも情報エネルギーも同等の役割を担っている。両者はどちらもエネルギーの次元の量であり、不確定、わからなさ、ランダムネス、といったものを持つ。熱を利用可能な情報エネルギーに変換する装置というものも、つまるところ熱を取り入れて、ある特殊な形態の「熱」を出力する装置なのである。それだからこそ、この装置は熱力学の法則に反していないのだと言える。

しかし、別の側面からすると、情報エネルギーと熱エネルギーにはやはり明確な違いがある。それは、上にも述べた「利用可能か、不能か」の違いである。熱エネルギーとは、あらゆる方向にランダムな運動を行うが故、直接に利用可能ではない。一方、情報エネルギーとは、ランダムな要素を含みはするが、あらゆる方向に作用するわけではない。情報エネルギーとは、ある特定の方向だけに作用しつつも、ランダムな特性を失わない作用のことである。いかにしてそれが可能になるかと言えば、エネルギーが作用する時刻をランダムにすることによって実現しているのである。

ところで、ある一定量のエネルギーに多数の場合の数(=エントロピー)を持たせることを考えたとき、場合の数が最大となるのはどのようなときだろうか。答えは熱平衡状態に達したとき、つまりあらゆる方向に均等に(ランダムに)エネルギーが行き渡ったときである。一方、利用可能な情報エネルギーとはある特定の方向に作用するので、熱平衡状態でもなく場合の数が最大の状態でもない。もし熱が「情報エネルギー」と呼ばれる状態に変換できたとすれば、それは場合の数が減ったことを意味し、不合理なのではないか。

そうはならない。場合の数の破綻が生じない理由は、やはり「時間」にある。最も単純なケース、2単位時間(2秒)に1回だけ情報エネルギーを出力する装置を考えてみよう。エネルギーの出力パターンは2通り、1単位時間後に出力する場合と、2単位時間後に出力する場合のいずれかとする。このとき出力されるエネルギーEは2通りの1bit相当、 $E \leq kT \ln 2$ となる。装置は、これだけの大きさの熱量Qを取り入れて、Eを出力している。単純にQとEを比較すると、Qの持つ場合の数はあらゆる方向に均等であり、Eの持つ場合の数は一方向に限定されているので、場合の数が減少しているかに見える。ここではEはQの半分の場合の数しか有していないように見える。しかし、この比較には「1単位時間後か、2単位時間後か、どちらかわからない」という条件が欠けている。Qが時間経過に対して定常的であるのに対し、Eは時間に依存する。Eの存在し得る(0ではない)時間は、2つの場合のうちのどちらか一方だけである。それゆえ、存在し得る時間だけを比較すれば、Eの持つ場合の数はQの半分だけであっても矛盾を来さない。なぜならEの持つ場合の数には、もう一方の存在し得ない時間の分も勘定に含めるからである。つまり

$$\begin{aligned} (\text{Qの持つ場合の数}) = & \\ & (1\text{単位時間後にEの持つ場合の数}) \\ & + (2\text{単位時間後にEの持つ場合の数}) \\ & + (Eの出現が1単位時間後か、2単位時間後か不定になったという、その場合の数) \end{aligned}$$

が成立すれば、全体としての場合の数は減少していないことになる。実質的には左辺第一項か第二項のどちらか一方は0であり、第3項の「2通り」という場合の数がEの持つ方向性を稼ぎ出しているのである。

■ 歌う原動機

さて、上では「出力パターン、エネルギーがどのタイミングで出力されるかについての場合の数、つまり時間軸上の場合の数」という説明をしたのだが、これが何を表しているのかイメージを描き難いかもしれない。そこで、理解の一助として1つのたとえ話を付け足そうと思う。実は、「時間軸上に配置した出力パターン」とは、誰もが知っている1つの芸術に似ている。それは「音楽」である。音楽とは、正に「時間軸上に配置されたエネルギーの出力パターン」のことであろう。我々の知る仕事を取り出す機械、エンジンや蒸気機関、モーターといったものは、ある一定の騒音を発するものの、それが音楽を奏でるものだとは(普通は)受け止められていない。それというのも、こういった類の原動機は単調な一定パターンを出力するため、発する音も単調で退屈を誘うものにしかならないからである。ところが、ここで出力パターンが不定で、次にどのような音が飛び出すかわからないような機械を思い描くとどうなるか。そのような機械は、出力の奏でる音楽によって情報を発信することができる。そして、出力した音楽に託せる

情報の分だけ、新たなエネルギーを生み出すことができるのである。通常の、出力が確定的であるような「歌わない機械」は情報を消費して、その分だけのエネルギーを生み出す。それに比して出力が不確定であるような「歌う機械」は、自らが歌に込めた情報の分だけ自らエネルギーを生み出す。「出力パターン」とは機械の奏でる楽譜のことであり、より表現豊かな機械は、より大きなエネルギーを生み出すことができるのである。

「不確定分子モーター」を支える根拠はいったいどのようなものだろうか。一口に言えば、それは

不確定は保存する

という考え方だ。

物理学において保存量は根幹を成す概念である。運動量保存則やエネルギー保存則はその最たるものであろう。ニュートンの第1法則によれば「物体は外力の作用を受けない限り静止または等速直線運動を続ける」とされている。すでに近代的な物理を知る我々にとって、こんな法則は当然のことと思うかもしれない。しかし、素朴な自然観からすればこの第1法則はかなり異例の考え方なのではないか。日常的な常識からすれば、外力の作用を受けない物体は「だんだんに勢いをそがれ、最後には静止する」ものだからである。この日常的な常識をいったん傍らに置いて、運動とは本来「等速直線運動を続ける」としたところに近代物理学の出発点があったのだ。例えばアリストテレスの時代に「エネルギーは保存する」と説いたところで、果たしてどれほどの賛同が得られただろうか。現実に「保存する」運動を示すことは難しい。極めて精巧な振り子であっても、いつかは止まるではないか。天体の運動を除けば、あらゆる運動はいずれは止まるのが自然な姿であろう。物理学以前の人々が完全な天界と不完全な月下界を分けて考えたのも無理からぬ話である。

さて、これから述べる「不確定の保存」の置かれた状況は、かつての運動についての保存則に幾分似ている。不確定の保存とは、古典力学にシンプルに基づいた概念である。古典力学において、ただ1つの初期条件から出発した結果はただ1つに決まる。決して2つ以上に分かれることはないし、その逆に2つ以上の初期条件が同一の結果に帰すことはない。このことから、N個の初期条件から出発した結果はN個に帰すと言える。決してN個より多くなることはないし、反対にN個よりも少なくなることもない。この内容をさらに連続的な位相空間にあてはめたのが、第1章で述べたリュービルの定理である。こういった定理が知られていることからわかるように、「不確定の保存」は特に新規なものではない。むしろ以前からよく知られているごく古典的な概念である。

ところが、実際の自然界においては、異なる初期条件から出発しても最後は同一の結果に帰すような不可逆現象が大半を占める。確かにエントロピーは増大するのであって、保存はしない。「不確定の保存」という立場からすると、気持ちの上では「エントロピー保存則」としたいところである。しかし、エントロピーはもともとマクロな系に対して定義された量であり、保存則とは到底言い難い。統計力学という学問は、いかにしてミクロな保存則からマクロな増大則を示すか、という命題を掲げている。マクロな現象についてはそれでよい。しかしその一方で、ミクロな現象をそのまま扱うには、むしろ古典力学の方が単純明快なのではないか。分子サイズの機械＝ナノマシンは単純に古典力学(あるいは量子力学)に従う、これが不確定分子モーターの根拠となる考え方なのである。

古典力学においては、惑星の運動が最もよく力学の法則を表していた。これと同じように、不確定の保存を最もよく表すモデルがある。それは可逆コンピュータの演算である。コンピュータとは、元来1つの初期状態からただ1つの結果を生む、最も典型的な例であろう。古典力学では、惑星の運動を支配する法則がそのまま地上の全ての物体にあてはまると考えた。同じように、不確定の保存というルールはコンピュータの上だけでなく、全ての物理現象にあてはまると見なせないだろうか。

「世界とは一種の巨大なコンピュータであり、あらゆる物理現象は情報処理のプロセスである。」

これは極端な見解かもしれないが、物理に基づいて考える限りさほど荒唐無稽な世界観というわけではない。

さて、不確定分子モーターの考え方を理解するには、次の設問に答えるのが最も手っ取り早い。

「コンピュータの上で真の乱数が作れるだろうか？」

コンピュータの上で、同一のプログラムを走らせれば必ず同一の結果が得られる。この意味で、全く結果の予測がつかない(同じ結果を再現しない)プログラムは存在しない。少なくとも、その数字列を生み出したプログラムという規則には従っている。それゆえプログラムのみによって生成される乱数は全て「疑似乱数」なのである。例えば、手軽で広く普及している(が、あまり質が良くないと言われている)乱数生成方法に線形合同法がある。合同線形法で乱数Xを作る手順は次の通りだ。

$$X[n] = (A * X[n-1] + C) \bmod M$$

ある数XをA倍して、それにCを足したものをMで割って、その余りを次の数Xにする。A, C, Mに十分大きい適当な数を設定すれば、それなりに乱数らしい数列が生成される。しかし、この式の存在からも明らかなように、この数列は式に表された通りの規則に従っているのである。例えばこの乱数を使ってコンピュータ・ゲームを作った場合、1回目にプレイする状況と2回目にプレイする状況は全く同じものになってしまう。実際のコンピュータ上で乱数を使用するには、毎回同じ状況にならないようにランダムシードを取り込む必要がある。ランダムシードとは、コンピュータのアルゴリズム以外の場所から取り入れる「乱数の初期値」のことである。よく使われるランダムシードに時計から取得した現在時刻がある。ランダムシードを取り入れることによって、異なる時刻に開始したゲームは異なる状況からスタートすることになる。

さてここで、コンピュータが乱数を出力するように、ある装置がランダムなエネルギーを出力するという状況を考えて欲しい。そして、コンピュータと同じように「ランダムな出力を行うためには何が必要か」ということを考えて欲しいのである。現実の状況において、我々はランダムな出力を得るために特に努力を払ったりはしない。むしろ、いかにして出力からランダムな成分を取り除くかに腐心するのが常であろう。なぜなら現実の装置は常に何らかの不完全性や雑音にさらされているからである。しかし、原理的に考えるならランダムな出力を行う装置を作成するのはむしろ難しい。というのは、機械とは機械的に動作するが故に、定まった入力からは定まった出力しか得られないからである。(余談だが、機械に比べて人間は間違うので困ると言われるが、意図的に間違いを犯す機械を作るのは非常に難しい。)コンピュータの乱数のたとえからも分かるように、ランダムな出力を行う装置にはランダムシードが不可欠なのである。それでは、エネルギーを出力する装置におけるランダムシードとは一体何を指すのだろうか。それは「熱ゆらぎ」のことである。ランダムな出力を行う装置は必然的に熱を取り込まざるを得ないのである。ここにおいてランダムの収支決算、即ち「不確定の保存」の概念がものを言う。いま、ある装置がランダムにエネルギーを出力するという状況があったとする。あるいは出力の中にランダムな成分が混じっている、という状況でもよいだろう。そのランダムな成分を出力するためには、装置は外部からランダムな成分、即ち熱を取り入れる必要がある。もし「不確定が保存」するのであれば、取り入れる熱が持つ不確定な要素と、装置の出力に含まれるランダムな成分は等しくなるはずだ。ここで言う「不確定な要素」「ランダムな成分」とは、即ち熱エントロピー、情報エントロピーのことである。また、装置は不確定を保存するばかりでなく、エネルギーも保存しなければならない。つまり、取り入れた熱エネルギーは出力として放出しなければならない。かくして、熱と同じだけの「不確定な要素」を出力する装置というものが考えられるのである。

以上の様に「不確定なエネルギーを出力する装置はどのような要件を満たさねばならないか」と考え進めれば、自ずと不確定分子モーターの輪郭が浮かび上がる。これまで「熱を利用可能なエネルギーに変えるにはどのようにすればよいか」を考えてきたが、逆のアプローチから入った方がむしろ明快であろう。

ところで、大抵の事象はほんのささいなきっかけによって、その後の結果が大きく食い違ってくることが多い。直感に従うなら、最初にほんのわずかのランダムシードさえあれば、それが元になって不確定な要素はどんどん増えてゆくのではないだろうか。コンピュータの乱数列とて、ランダムシードを導入するのは最初の1回きりである。量を問題にするならば、不確定な要素は増大するのが自然であり、「保存する」という考えはおかしいのではないか。確かに「不確定の保存」という考え方には直感に反するところがある。しかし、仮にほんのわずかのランダムシードによって結果を大きく左右することができたとすれば、物理的に不合理が生じるのである。もし、ほんのわずかの違いを大きな結果の違いに変換する現

象があったとすれば、その現象を利用した「信号の増幅装置」ができるであろう。この増幅装置を使って、ほんのわずかのエネルギーに大量の信号を乗せた通信が行えるはずだ。一定量の信号を伝達するのに必要なエネルギーはいくらでも小さくすることができるので、結局それは第二種永久機関(エントロピーの減少)につながることになる。なので、「不確定の保存」を認めた方が物理的な矛盾は少ないのである。コンピュータ上の乱数列についても、コンピュータ全体が取り得る場合の数は取り入れたランダムシードのみによって決まる。その後で発する、一見するとランダムに見える「乱数列」は、それ以前の項によって決定されている疑似乱数に過ぎない。

また、上に「ランダムな出力を行う装置は必然的に熱を取り込まざるを得ない」と書いたが、そこに例外はないのだろうか。熱揺らぎの影響を受けてランダムな出力をしつつも、エネルギーは取り込まない装置というものも考えられるのではないか。たとえば、外界の熱揺らぎに合わせて隔壁が出たり入ったりする経路を想定する。その経路にボールを転がせば、隔壁がない場合には通過し、隔壁がある場合には通過できないため、ボールの運動は熱揺らぎに合わせたランダムなものとなる。しかし、ボールは熱揺らぎから直接エネルギーを受け取った訳ではない。なので、熱揺らぎからエネルギーを受け取らずとも、不確定な要素だけを受け取ることはあり得るのではないか。この場合、確かにボールの運動自体はランダムになるが、その一方で「熱揺らぎとボールの運動は連動している」という新たな情報を生み出すことになる。ボールが通過したか、通過しなかったかの結果によって、元になった熱運動がどのようなものであったを(原理的には)ある程度言い当てることができるようになる。ボールの運動が2通りに分かれてしまったという不確定要素と、ボールによってもたらされた熱運動に関する情報は、情報量の大きさから言えばちょうど打ち消し合うだけの重みを持つ。それゆえ、ここで考えたような「熱揺らぎからエネルギーを受け取らず、不確定な要素だけを取得する装置」によって、世界全体の不確定要素を増大することはできないのである。

不確定分子モーターが成立するか否かは、つまるところ「不確定の保存」という考え方が正しいか、間違っているかという議論になるかと思う。私は統計力学が間違っているとは言わないし、マクロな世界でのエントロピー増大則を否定しようとは思わない。しかし、マクロな世界とは別に、ミクロな世界でシンプルな力学法則に従うような機械が体现できてよいのではないか。それこそがマックスウェルの悪魔であり、私が想像を膨らませる不確定分子モーターなのである。

■ ※

真の乱数の問題は奥深い。実は、ランダムシードを導入することなく、純粹に数学的な手続きのみによって「真の乱数」が作れるのだ。G.W.チャイティン著「数学の限界」という本を見よ。

■ ※

不確定の保存は、近年流行の「カオス」や「非線形」に比べれば稚拙に思えるほどの古くさい概念である。しかし、古くさいことと間違っていることは同じではない。

これまで述べてきたように、悪魔の装置から取り出されたエネルギーと「不確定」との間には重要な関係がある。それは、

「より不確定なほど、得られるエネルギーは大きくなる」
 「不確定な性質が無くなった時点で、利用可能なエネルギー自体も消滅する」

という関係である。このような装置を動力源として用いた場合、どのようなことが起こるのかを考えてみたい。悪魔が現世に及ぼす影響を考えることによって、悪魔自身の持つ性質、特にここで「不確定」と呼んでいるものの性質が明らかとなるであろう。

悪魔の装置が成り立つ条件は「出力の時刻が不確定」なことであつた。異なる時刻に仕事が行われれば、それだけ異なる結果、つまり異なる未来を生み出すことになる。悪魔の装置が生み出した不確定、未来に対する不確定な要素はどこから来たのかといえば、もとを正せば装置の入力であつた熱が持っていた性質である。熱というのはランダムな運動の集まりだから、雑音やささいな偶然という形で未来に不確定な要素を提供する。熱の全くない世界、絶対0度の世界に「偶然」はない。熱とは、いわば予期せざる運動の集まりだと思えばよい。※ 悪魔の装置を運転すると、装置が取り入れた分だけの熱が外界から減る。熱が減った分だけ外界からは不確定な要素、異なる未来の可能性が減少する。外界から減少した不確定な要素は、最終的には悪魔の装置の出力となって再び外界に現われることになる。入力と出力のトータルで考えると、不確定な要素は増えも減りもしていない。悪魔の装置はもともと熱が有していた不確定な要素を「不確定な仕事」の上に置き換えただけなのである。

次に、悪魔の装置から出力した「不確定な仕事」の行き先を追ってみよう。今ここに、悪魔の装置を動力源として用いている装置Aがあつたとする。不確定な要素は減らないはずだから、悪魔の装置から吐き出された不確定な要素はそっくりそのまま装置Aが引き継ぐことになる。これは、悪魔の装置の出力時刻が不確定、いつ出力されるのかわからないことを思えば当然であろう。動力源である悪魔の装置がエネルギーを1秒後に提供するのか、2秒後に提供するのか不確定ならば、装置Aが動き出すのも1秒後か2秒後かわらない。動き出しが1秒後、2秒後の2通りなのだから、装置Aの為す結果も1秒後、2秒後に対応する2通りとなることだろう。悪魔の装置がn通りの出力を行なえば、それを利用する装置Aの為す結果もn通りとなる。こうなることで、世界全体の状態数、トータルでの不確定な要素が保たれるのである。

ここで、装置Aの先に、装置Aの結果を基にして動作する装置Bをつないだらどうなるだろうか。装置Aの結果が不確定だったなら、それを基にしている装置Bの動作も不確定になるはずだ。装置Aの動作完了が1秒後か2秒後かわからなかったなら、装置Aの後に続いて動き出す装置Bの動作開始にも1秒のずれが(5秒後か6秒後かわからないといった具合に)生じるはずである。つまり、悪魔の装置から始まった不確定な要素は、まず装置Aに引き継がれ、次に装置Aに連なっている装置Bに伝搬するのである。

さらに、装置Bの先に、装置Bの結果を基にして動作する装置Cをつないだら・・・ここから先はもうわかりだろう。不確定な要素は、原因-結果の連鎖をたどって次々に伝搬してゆくのである。この伝搬の鎖は、最初に悪魔の装置が生み出したエネルギーがなくなるまで(利用可能な形態でなくなるまで)続く。全てのエネルギーが消費されて、後に連なる全ての装置が停止したとき、不確定な要素は完全に消えてなくなる。それと同時に、利用可能なエネルギー自体も消えてなくなるのである。取り出されたエネルギーと不確定な要素とは、互いに切り離すことができない一心同体の関係にある。悪魔の装置から生み出されたエネルギーには、常に「不確定」の呪いがかけられているのである。悪魔は必ず何物かと引き換えでなければ願いを叶えてはくれない。我々がエネルギーと引き換えに支払う代価は「明確に

予測できる、確定した未来」なのだ。利用者は「知識」という魂と引き換えに、悪魔からエネルギーを得ているのである。悪魔の装置を利用した結果、利用者の未来はますます不確定な、予測不能なものとなることだろう。

エネルギーを利用するという立場からすると、不確定で予測がつかないという性質は好ましくない。何とかして不確定な成分をとり除くことはできないものか、考えてみよう。「不確定な成分をとり除く」とは具体的にどんな操作を指すのだろうか。それは「むらのある脈流を安定した整流に直す」ということだろう。例えば、水流が安定しない河川であっても途中にダムを作って管理すれば安定した流量を確保できる。これと同様に、悪魔の装置の出力にもダム、つまりエネルギーを溜める場所を用意して、エネルギーの流れを安定化させることができないだろうか。

このダムにも似た機構は電気回路にも存在して、平滑回路と呼ばれている。最も簡単な平滑回路は大容量のコンデンサーを入れることである。この機構は、例えば電源回路において交流電源を直流に直した後で、脈流を安定化する所などに使われている。平滑回路の原理を詳しく見てみよう。ここで一例として、最もシンプルな平滑回路に登場してもらうことにする。それは「圧力溜めの付いた手押しポンプ」である。多少高級な手押しポンプには「圧力溜め」の小部屋が付いている。この小部屋の役目は、ポンプから出る空気(または水)の流れを一定になるように保つことである。小部屋の仕組みは至って単純で、単に空っぽの空間が出口付近にあるだけに過ぎない。非圧縮性の流体(早い話水のこと)であれば小部屋の中に空気が入っていて、圧縮して流体が入れるようになっている。ポンプを押して大量に流体が吐き出されたときには、流体の一部は小部屋の中に流れ込む。ポンプを引いているときには流体が送られてこないが、押したときに小部屋の中に圧縮されていた流体が出ていって流れを一定に保とうとする。電気回路のコンデンサーの仕組みもこの小部屋とほぼ同じだ。一時的に電気を溜めておいて、少なくなったら吐き出すのである。

上のような平滑回路を悪魔の装置に取り付けて、安定した出力を得ることはできないのだろうか。もしこれが可能なのだとすれば、今まで仰々しく「不確定」などと言ってきた屁理屈は小手先上の技巧に過ぎないということになり、マックスウェルの悪魔の話自体が疑わしくなってくる。

いま一度、手押しポンプを詳しく検討してみよう。流体を圧縮して小部屋に送り込み、それが再び膨張して吐き出される。この一連の過程にエネルギーロスはない。問題は流体が吐き出された後にある。小部屋から吐き出された流体の一部は出口に向かうのだが、残りはもう一度ポンプ本体に向かって逆流する。実際のポンプで逆流が起こらないのはポンプ本体を手で押さえているからであって、もし手を放せば逆流した流体が本体に流れ込むことになる。これが何を意味するかというと、逆流を防ぐには手に加えるだけのエネルギーを消費しなければならない、ということである。もう少し高級なポンプなら、逆流防止の弁が付いているかもしれない。ところがこの弁を動かすには、わずかではあるがエネルギーを消費しなければならない。つまり、平滑回路では原理的にエネルギーロスを避けられないのだ。実のところ、相手が交流電源であれば全く発熱しない、損失のない直流電源回路を作ることが原理的には可能である。※ なぜか。それは交流電源が規則性を持っているからである。まったくでたらめな脈流に対しては、エネルギーロスなしに安定した整流を取り出すことはできない。「エネルギーロスなしの整流」というのは、本質的に「ばらばらの熱運動を1つに揃える」と同じことなのである。もしこれが可能であれば、とっくの昔に第二種永久機関が実現していたことだろう。

通常のポンプや電気回路において、このエネルギーロスはあまりにも小さいので大した問題にはならない。ところが悪魔の装置において、このエネルギーロスは大きな意味を持つ。というのは(悪魔の装置で取得したエネルギー) = (整流によって失うエネルギー) となっているからである。もともと、悪魔の装置というものは「わからない分だけのエネルギーが得られる」装置であった。わからないのは都合が悪いかからといって安定化させようとする、安定化した分だけエネルギーを失うことになる。「わからなさ」が完全に取り除かれた時点で、エネルギーロスは得られたエネルギーと等しくなり、結局は何も残らない。「わからない」エネルギーは「わからないまま利用する」以外に方法がないのである。

「わかる、わからない」といった問題は、どちらかと言えば対象を観測する主体の側の問題であって、本来の対象自体には関係ないことだと思われがちだ。「わからない」などというのは単に本人の努力不足で、一生懸命勉強するなり調べるなりすれば解決することではないかと。しかし現代の物理において、観測する主体を切り離れた客体のみを論じることは時代遅れの感がある。これまでに見てきたように、「わからなさ」を消去するのは本質的に不可能なのだ。消去はできないのだが、適当な媒体を通じて他に移動することは可能である。このように「わからなさの伝播」は、かなり物事の本質に根差したことなのである。「途中で消滅することなしに形態を変えて移動する量」という点では、「わからなさ」はエネルギーに似ている。ただし、エネルギーと大きく違うのは「わからなさ」は実質的に途中でどんどん増えるという点であろう。※

もし何らかの装置によって(自由エネルギーの消費なしに)不確定な要素を消し去ることができれば、それは第二種永久機関となってしまう。本論で述べる悪魔の装置とは、「わからなさ」を消し去るのではなく、他に移動させる装置である。移動させるだけなのだから、この悪魔の装置を使用する限り常に「わからなさ」がつきまとう。悪魔の装置によって得られたエネルギーは、同時に「わからなさ」の移動媒体でもあるのだ。ということは、このエネルギーを利用したものの挙動は、「わからなさ」を受けて不確定なものになるわけだ。

悪魔の装置の動作にあたって、おそらく「わからないままに動く」という概念の把握が最も難しいのではないと思う。こういう奇妙な性質を持つ機械は他にあまり見あたらない。悪魔の装置から発されたエネルギー自体が、同時に「場合の数」の運び手であることを考えれば、この一見奇妙な性質もうなずけるのではないだろうか。

■ ※

量子力学まで考慮すると、絶対0度であっても不確定性原理による「偶然」が残る。しかしここで言いたいのは、熱雑音による偶然が0になるということである。

■ ※

最初に交流電流に接続した瞬間だけ、位相が不明なために損失が避けられない。しかし一度位相がわかってしまえば後の電力は原理的には損失なしに直流に変換できる。

■ ※

なぜわからなさが増えるのか、という問題は難しい。前節の内容を受ければ「不確定は保存」するはずだろう。なので、不確定そのものが増大すると言うより、人の手に負えないほど複雑化してゆく、というのが当座の答えである。「1章-16節、なぜエントロピーは増えるのか」を参照。

マックスウェルの悪魔、即ち熱運動を利用可能な仕事に変換するための必要条件とは「エネルギーが取り出される時刻が不確定なこと」であった。装置の入力である熱が複数の状態を含んでいるのだから、装置の出力も複数の状態でなければ物理法則に反する。それゆえ、装置の出力を時間的に異なるものとして複数の状態を保とう、というのがここでの考え方の骨子である。

ところで、単に「出力の状態が複数でなければならない」のが必要条件なら、なぜ「時刻」にこだわるのだろうか。「時間的に不確定」な出力というものが考えられるなら、「空間的に不確定」な出力というものも考えられはしないだろうか。「空間的に不確定」とは、要するに「どこから出てくるのかわからない」ということである。もし出力が不確定というのが悪魔の存在条件なら、「空間的に不確定」な悪魔も「時間的に不確定」な悪魔と同様に存在できるはずだ。ここでは、空間的に不確定な悪魔の装置について考察し、なぜ時間が重要なのかについて再認識する。

空間的に不確定な出力、つまり出力がどこから出てくるのかわからないという性質を持った装置を想定してみよう。装置は出力A、出力B、出力C・・・といった具合に n 個の出力を持っている。これらの出力が、それぞれ入力である熱運動に対応して動作するものとしよう。より具体的に想像すると、ここにA、B、C・・・と n 本の腕を持った不思議な装置があって、ときどき腕の内のどれか一本が突き出してきて（別に”回転して”でもかまわないのだが）外界に対して仕事を為す。次にどの腕が動作するのは全く予想がつかない。もしこんな装置を動力源として用いなければならないとしたら、どうするだろうか。私なら、まず扱い易いように n 本の腕を1つに揃える努力を行うだろう。この装置全体を1つの巨大なシリンダーの中にすっぽり収めて、ピストンで蓋をする。そして、どの腕が突き出してもピストンが押されるように、装置を上手に配置する。必要ならば、ギヤなりクランクなり適当な機構を追加してもよいだろう。さて、このように細工を施した装置は、もはや「どこから出てくるのかわからない」といった不確定な性質を失っている。確かにシリンダーの中を覗いてみると、次はCの腕、次はAの腕、といった具合にどの腕が動き出すのか予想がつかない。しかしシリンダーの中身はブラックボックスとして無視できる。外から見た「装置+それを覆っているピストン」は、確定した、どこから出てくるのかははっきりとわかっている仕事を出力していることになる。※

もう一つ、空間的に不確定な出力を確実に1つに揃える方法がある。まず適当な「熱溜め」を用意する。「熱溜め」というのは熱容量を持つものなら何でもよくて、とりあえず空の、理想気体の入った箱ということにしよう。複数の不確定な出力A、B、C・・・から得られる仕事を、全てこの「熱溜め」の温度を上げるために使用する。それぞれの腕から得られた仕事でもって、熱溜めの中にある摩擦のある物体を擦り合わせてやればよい。こうすれば、どの腕が動いたとしても熱溜めの温度は確実に上昇する。十分に温度が上がったところで、カルノーサイクルを用いて熱溜めから仕事を取り出せば、確実に一定の出力が得られることだろう。この方法だと、仕事を一度熱に換えて、もう一度仕事に戻すのだから確かに効率は悪い。しかし、とにかくこの方法によって「空間的に不確定な」仕事を「確定した」仕事に変えることができるのは間違いない。

仮に「出力が空間的に不確定な装置」、出力がどこから出てくるのかわからない装置があったとしても、適当な仕掛けを施すことによって出力を確定的なものに（どこから出力するかははっきりわかるように）することができる。途中の経過がどうであれ、もともと不確定な熱が最終的に確定的な出力に変換されるとするのは物理法則に反する。どうやら「空間的に不確定」ということに本質的な意味は無いのだと考えた方がよさそうだ。

「空間的に不確定な悪魔の装置」、熱を取り入れて、どこに作用するのかかわからない仕事に変換する装置は本当に実現不可能なのだろうか。一般的に、装置が連続的に動作し続けるためには、周期的に最初の状態に戻ることが必要条件となる。もし装置の状態が一方的に変化したなら、装置の温度が上がり続ける一方だとか、装置内に廃棄物がたまり続ける一方などというのであれば、いつまでも連続的には動かない。装置が一巡した後は「装置内部に何の痕跡も残さずに」もとの状態に戻っていなければな

らない。何らかの痕跡が装置内に残っていたとしたら、その痕跡が装置内にどんどんたまり続けて、いつかは装置自身が破綻を来すことになる。

いま、複数の出力A、B、C・・・を持つ装置があったとしよう。この装置が出力Aから仕事を出力したとき、装置の内部は出力Aに対応した状態Aとなっていることだろう。出力Bのときには状態Bに、出力Cなら状態Cになっているはずだ。A、B、Cと異なる出力から仕事をしながら、装置の中身は全く同一の状態Zだった、というのは考え難い。問題は、状態A、B、C・・・と異なった状態下にある装置を、どうやって最初のただ1つの状態0に戻すのかという点にある。※ 複数の異なる状態を、何の痕跡も残さず、エネルギー消費も無しに単一の状態に戻すのは不可能だ。よって「出力の空間的な位置が不確定な悪魔の装置」を実現するのは不可能ということになる。

上では具体的に、出力の腕を突き出す装置を想像した。入力の状態に応じて異なった腕を突き出す装置、ここまでなら実現可能だろう。しかし、一度突き出した腕をどうやって引っ込めて元の状態に戻すかが問題なのである。例えば、状態Aだったなら出力Aを、状態Bだったなら出力Bを、それぞれの状態に応じて引き戻す「リカバリー装置」をつけ加えたとする。すると今度は、この「リカバリー装置」を元の状態に戻すことが新たな問題となってしまう。もし「リカバリー装置」を元に戻すために「リカバリー装置のリカバリー装置」を付け加えたとしたら、このいたちごっこはいつまでたっても終わらない。結局この装置は実現することができないのである。

結局のところ「空間的に不確定な」悪魔の装置は不可能だったわけだが、それならば、なぜ「時間的に不確定な」悪魔の装置の方は可能だといえるのだろうか。空間がだめだったのだから、やはり時間もだめなのではないかという疑念が頭をもたげる。ここで、もう一度「時間的に不確定な」場合、出力の時刻がわからない悪魔の装置について再検討しよう。

悪魔の装置が熱を入力として取り込んだ場合、装置内部の状態数の増加は避けられない。これは、そもそも熱というものがランダムな運動＝「複数の状態を内包したエネルギー」だからである。「空間的な悪魔の装置」では、装置の内部がA、B、C・・・といった複数の状態になってしまうと、もとの単一の状態に戻すことができなかった。では「時間的な悪魔の装置」はもとの状態に戻すことができるのだろうか。時間的な悪魔の装置の場合、装置が状態Aになら1秒後に、Bになったら2秒後、Cになったら3秒後・・・といった具合に「状態の違いを時刻の違いに変換して」出力する。だから、もとの状態に戻るのにも「1秒後に戻る」「2秒後に戻る」「3秒後に戻る」・・・といった時刻の違いが現われるはずだ。

ここで、厳密に考えるなら「1秒後に戻った状態0」と「2秒後に戻った状態0'」は異なる状態なのだとしなければならぬ。状態0と状態0'とでは、装置を含めた世界全体の未来が全て1秒ずつ食い違うからである。だから、時間的な悪魔の装置も決して完全に同一の状態0に戻るわけではない。装置内部の異なった状態A、B、C・・・に対応して、時刻の異なる状態0、0'、0''・・・に戻るのである。

ここで、我々は「何をもって異なる状態と数えるのか」という本源的な問題に立ち返らねばならない。対象の空間的な位置が異なったとき、我々はそれらの対象を異なった状態にあると認識する。位置が異なることを知るためには、位置の基準となる座標が必要となる。何か基準となる座標に対して、例えば地上にあるものなら地球に対して緯度いくつ、経度しかじかにあるということが初めて言える。

本当に何も無い空間にただ一つだけ浮かんでいる物体があったとしたら、その物体の位置を特定することはできない。これと似たようなことが時間についてもあてはまる。何らかの事件、例えばキリスト生誕から数えて現在は2000年という数え方ができるわけで、何の基準もない所では時刻の数えようがない。それでは、時刻のみが異なり、その他が全く同一の状態というのは、果たして異なる状態として数えられるのだろうか。この答えは、時刻の基準点をどこに置くかによって決まる。絶対的な時刻の基準点を設ければ、異なる時刻に起こった事柄は全て異なる状態となる。しかし、時刻の基準点が相対的に平行移動できるのならば、異なる時刻に起こった同一の現象は、同一の状態と見なすことができるだろう。※

「時間座標は平行移動できる」この考えをふまえて「時間的な悪魔の装置」を見直してみよう。絶対的な時間座標から悪魔の装置の挙動を見た場合、悪魔の装置の状態数は一方的に増えてゆくのだと解釈

できる。悪魔の装置の運転開始を時刻0として、仕事を1秒後に取りだした状態0と、2秒後に取りだした状態0'、3秒後の状態0"、は全て異なる状態だ。この3つの状態に対応して、異なる3つの未来があることだろう。一回の運転で3通りの状態=3通りの未来が分かれたのだが、2回の運転では $3 \times 3 = 9$ 通り、3回の運転では $3 \times 3 \times 3 = 27$ 通りの未来が分かれることになる。実のところ、悪魔の装置の運転3回で打ち切るといった操作はできない。より正確には、3秒後に運転を中止した場合、3秒、2秒+1秒、1秒+2秒、1秒+1秒+1秒、の4通りの未来が分かれることになる。

同じ現象を相対的な時間座標から見てみよう。装置が一巡して最初の状態と同じ状態になったとき、過去に何が起こったかをすっかり忘れて時間座標を再設定する。過去、ここに来るまでに、1秒かかったか2秒かかったのか、はたまた3秒か、そんなことは全て水に流して、とにかく現在の時刻を0と再定義するのである。こうすれば「現在の」装置の内部は状態0のただ一通りとなる。もとの状態に戻れたのだから、何の問題もなく次のサイクルを起こすことができる、連続して動き続けることができる。通常、装置内部の状態数は一方的に増え続けることはできない。しかし「時刻の違い」という量だけは、例外的にどれほど増えても装置に破綻を来たさないのである。

ここで重要な点は、時間座標を再設定しても決して世界全体の状態数は減少しない、ということである。世界全体とは、装置自身と、装置を取り巻く外界のことを指す。装置のみに着目した場合、例えば1秒後に戻った状態0と、2秒後に戻った状態0'は全く同一の状態にあるかもしれない。しかしこの2つの状態を時間座標の再設定という操作によって重ね合わせると、装置を取り巻く外界が2状態に分かれる。ちょうどそれは2枚の異なる絵の中に一致する部分があったとき、その一致する部分を重ね合わせたとしても残りの地の部分は一致しない、といった状況に似ている。もともと異なる2枚の絵を完全に一致させるのは無理な話である。しかし共通な部分があれば、その部分だけを重ね合わせるのは十分可能だ。2枚の絵の例では共通部分が空間的に異なる位置に置かれていたのに対し、悪魔の装置の場合、共通部分は異なる時刻に現れる。それゆえ空間的な移動ではなく、時間的な平行移動といった操作によって共通部分を重ね合わせることができるのである。時間座標の平行移動といっても、実際には何か特別な操作を施すわけではない。ただ装置の挙動が非周期的になる、1周期に要する時間の長さが不定になるだけのことに過ぎない。

悪魔の装置に必要な条件は、エネルギーが取り出される時刻が不確定ということだった。なぜ「時刻」でなければならないのか、根本的な理由は「時間座標は平行移動することができるから」だと私は考えている。装置内の何かの位置が異なる状態を、座標変換によって同一の状態と見なすことはできない。悪魔の装置が一巡し終えた後、装置内に位置的に異なる状態数が増えたなら、もうそれ以上装置を連続運転させることはできないのである。もちろん一巡した後、装置の内部エネルギーが増減していても困るし、装置内で化学変化が起こっていても困る。唯一、装置内に累積したとしても永続的に運転することが可能となる量、それが「時刻が異なる状態数」なのである。「時刻が異なる状態数」が累積したとしても、過去の記録を切り捨てさえすれば、装置を永続的に運転させることは可能だ。ただ代償として、装置の出力がいつもたらされるのか、その時刻が不確定になるのである。

悪魔の装置の時刻が不確定という条件には、以上のような理由があったのだ。「時刻不確定」以外の方法で悪魔の装置を実現することは、恐らく不可能であろう。

■ ※

実は、上の「ピストンで覆う方法」には不完全な点がある。例えば、腕Aがピストンの左端を押し、腕Bがピストンの右端を押していたとすれば、AとBではピストン外部に異なった偶力を及ぼすことになる。もしピストンを地球上に固定していたとすれば、地球はピストンから異なった力を受けるだろう。原理に忠実に考えるなら、ピストンに蓋をつけようが、何をしようが、複数の異なる状態を完全に同一の状態にすることはできない。しかし、この例に限って言えば、ピストンの持つ状態の違いを「地球」というほとんど状態の違いが無視できる物体の上に逃がすことができる。それゆえ、取り出された仕事を地球上で利用する限りにおいて、この例の主旨はほぼ正しいであろう。

■ ※

別に”単一”の状態でなくても構わないのだが、とにかく最初の状態数まで戻さなければならない。例えば、装置が最初5通りの状態を持っていたとすれば、一巡した後は最初の5通りにまで戻さなくてはならない。5通りだったのが、10通り、20通りと増えてしまっは困るということだ。

■ ※

本当に時間座標が平行移動できるのかどうかについては議論の余地が残されている。宇宙の始まりの時刻に重大な意味があるとか、不変と考えられていた基本的な物理定数が長い時間の後には変化するとか、こういったことが絶対にないとは言えない。しかし、ここで取り上げている悪魔の装置は人間が利用できる程度の長さの時間スケールを前提としている。その程度のスケールにおいて「時間が平行移動できる」ということは原理として認めてもよいだろう。

熱から得られる利用可能なエネルギー、情報力とは何の制限もない、無限のものなのだろうか。それとも、物理的に何らかの限界が存在するのだろうか。1つの制限はこれまで見てきたように、情報力是不確定であるということだ。情報力の作用する時刻は、例えば1秒後であるか、2秒後となるか、予め言い当てることはできない。しかし、ここで1秒、2秒と言ったのは一例に過ぎず、これが0.1秒、0.2秒であっても構わない。であれば、さらにこれが0.00000001秒、0.00000002秒であってもよいはずだ。この調子で時間の間隔を極限にまで縮めれば、ほとんど一瞬の内にいくらでも情報力が引き出せることになる。時間の幅がほとんど1点にまで縮めば、それはもはや不確定とは言えないであろう。もしこれが正しければ情報力に物理的な限界は無いということになるのだが、果たして本当にそうなのだろうか。

もし時間が連続的なものとすれば、理論上、情報力の上限は存在しないことになる。しかし、もし時間に最小単位があるのだとすれば、一定時間内に取り出される情報力にも自ずと上限が定まる。量子力学によれば、時間 $\times$ エネルギーの大きさには実質的な最小単位が存在すると言う。有名な不確定性原理である。

$$\Delta t \cdot \Delta E = h$$

「時間 $\times$ エネルギー」という量は、情報力の見積にはぴったりだ。この最小単位を用いて、1秒間あたりに得られる情報力の最大値がどの程度になるのか試算してみよう。(以下の内容は「はじめに、3つの条件(2)」と同じです)

ここではまず以下の状況を取り上げよう。「エネルギーが次に取り出されるまでの待ち時間が1単位時間後か、2単位時間後かのいずれかわからない」場合。要は出力パターン数が2パターン=1bitとなる、最も基本的なケースである。このとき1サイクルに取り出されるエネルギーの大きさは

$$\Delta E \leq kT \ln 2$$

不確定性原理

$$\Delta t \Delta E = h$$

の要請から、1単位時間の長さ Δt は少なくとも次式より大きくなる。

$$\Delta t \geq h / kT \ln 2$$

この Δt から、1秒間は最小単位時間がいくつ分に相当するか、つまり最小単位時間の「クロック数」 S を求めると

$$S \leq 1/\Delta t = \Delta E / h = kT \ln 2 / h \text{ クロック}$$

となる。

エネルギーは、最速で1クロックに1回、最も遅い場合で2クロックに1回取り出される。最も多くエネルギーが取り出される状況は1クロックに1回ずつ、たて続けに取り出される場合である。反対に最も少ない状況は2クロックに1回ずつ取り出される場合である。最多の場合と最小の場合では、取り出されるエネルギーの大きさに2倍の開きがある。最多の場合、1秒に得られるエネルギーの最大値は

$$\text{Max. } S * \Delta E \leq (kT \ln 2 / h) * kT \ln 2$$

最小の場合は上の半分となる。

$$\text{Min. } S * \Delta E \leq (kT \ln 2 / h) * kT \ln 2 * 1/2$$

■ 1分子が1秒間に稼ぐことのできる利用可能なエネルギーの最大値

実際の数値をあてはめてみると、次の様になる。

Planck's constant = 6.626068×10^{-34} (m² kg / s)
the speed of light = 299 792 458 (m / s)
Boltzmann's constant (k) = 1.38×10^{-23} J/K (joules/kelvin)
絶対温度: T(K)=t(°C) + 273. 15 -- 気温20°C = 293.15K
ln(2) = 0.693147181

最大のケースで

$(kT \ln 2 / h) * kT \ln 2$
 $= (1.38 * 10^{-23} * 293.15 * 0.69)^2 / (6.63 * 10^{-34})$
 $= ((1.38 * 293.15 * 0.69)^2 / 6.63) * (10^{(-23 -23 + 34)})$
 $= 11752.29 * (10^{-12})$
 $= 11.75 * (10^{-9})$ (joules/s)

最小の場合は、上の最大のケースの半分

$5.88 * (10^{-9})$ (joules/s)

両者の平均をとれば

$8.12 * (10^{-9})$ (joules/s)

この数値が具体的にどの程度のものなのか、代表的な化学反応と比較してみよう。

H₂(気) + 1/2 O₂(気) → H₂O(気) 約250 kJ/mol
水分子1個あたり $4 * (10^{-19})$ J

C(個) + O₂(気) → CO₂(気) 約400kJ/mol
二酸化炭素1個あたり $7 * (10^{-19})$ J

CH₄(気) + 2 O₂(気) → CO₂ + 2 H₂O 約800kJ/mol
メタン1個あたり $13 * (10^{-19})$ J

代表的な激しい化学反応の生成熱はおおよそ数百kJのオーダーである。反応速度は1秒よりもずっと短い。化学反応の時間を大ざっぱにピコ秒(10^{-12} 秒)程度とすると、情報力は化学反応の約1/100程度と見積もれる。

もっと穏やかな化学反応と比較するとどうだろうか。生体のエネルギー源であるATPの加水分解を例にとってみよう。

ATP → ADP 約60kJ/mol
ATP1分子あたり (10^{-21}) J

ここで、反応速度として上と同じ1ピコ秒(10^{-12} 秒)という数字を採用すると、ATPの加水分解は情報力と同程度のオーダーになる。※ 大ざっぱな見方をすれば、情報力には「緩やかな化学反応程度」の大きさが期待できるであろう。情報力のエネルギー源は常温(20度程度)の分子運動である。激しい化学反応の生成熱は常温より1〜2桁大きい。一方、生体内の穏やかな化学反応は常温下で進行している。このことを考えれば、緩やかな化学反応程度という評価は妥当なものに思える。つまり、情報力によってガソリンエンジンの代替品を実現するのは難しいが、人力程度の出力は実現できる可能性があるわけだ。

■ ※

不確定性原理の式

$$\Delta t \cdot \Delta E = h$$

はシュレーディンガーのガンマ線顕微鏡の思考実験から得られたものだが、これとは別に演算子の交換関係から得られた次式が用いられることもある。

$$\Delta t \cdot \Delta E = 1/2 * \hbar = 1/2 * 1/(2\pi) * h$$

上の式と下の式では約6倍程度の違いがあるので、下の式を用いた場合、情報力の上限も6倍程度アップすることになる。ただ、ここで重要なのはプランク定数レベルの大きさになるということであって、それ以上の子細に深い意味はない。

■ ※

もちろん実際の生体内でのATP分解は多段階の反応であり、反応速度の見積りはこれほど単純ではない。反応速度の見方によってゼロの1つや2つは変わってしまうので、ここでの数値は定量的な根拠にはならない。

一口に「出力が不確定」といっても、その出力のパターンには様々なものが考えられる。様々なパターンの中で、最も大きなエネルギーが取り出せるのはどのような場合だろうか。また、不確定でありさえすればいかなるパターンも物理的にあり得るのだろうか。それとも物理的に禁止されているパターンもあるのだろうか。以下に考察してみよう。

考え得る出力パターンのうち、最も基本的なものは出力パターン数が2パターン=1bitとなる場合、即ち「エネルギーが次に取り出されるまでの待ち時間が1単位時間後か、2単位時間後かのいずれかわからない」場合である。これは前節の情報力の上限を考える際にも取り上げた。エネルギーがN単位時間のうちに1回だけ出力されるといった状況を考えると、Nが小さい方が一定時間内により大きなエネルギーを得ることができる。つまり、N=2の場合が最も効率が良い。このことは次の考察から示される。

時間xエネルギーの大きさに最小単位が存在することから、出力パターンは離散的なものにならざるを得ない。装置(対象となる系)が1サイクルに要する時間(のうちの最も長いもの)がN単位時間だったとする。N=1の場合、出力は決定的になるので、出力が不確定となる最小値はN=2の場合である。まずN単位時間内でいつ出力するかについての確率が等しいものと仮定すると、 $E \leq kT \ln N$ より1単位時間あたりに得られるエネルギーの期待値は $\langle E \rangle = kT \ln N / ((N+1)/2)$ となる。(1サイクルに要する時間は最短で1、最長でNだから、その平均をとっている) ある一定の時間 t 内に得られるエネルギーは $t/N * \langle E \rangle = kT \ln N / (N * ((N+1)/2))$ だから、およそ $\ln N / (N^2)$ に比例する。この式より、Nが小さいほど得られるエネルギーが大きくなることが確認できる。

具体的に、8単位時間という期間内で以下2つの場合を比較してみよう。

- A: 最も単純な「1〜2時間単位のいずれかわからない」場合
B: ただ1回の出力が「1〜8時間単位のいずれかわからない」場合

2者を比較すると、A:は55パターン(8bit=256パターンから2つ以上0が連続する場合を除いた数)、B:は8パターンとなる。A:の最も単純な場合は出力に多くの場合の数「不確定要素」を持ち出すことができるので、それゆえ出力自体を大きくすることができるのである。

上ではN単位時間のうちいつエネルギーが出力されるのか、その確率が等しいものとしていたが、確率が等しくない場合はどうなるだろうか。その場合に得られるエネルギーは確率が等しい場合よりも小さくなる。なぜなら、 $E \leq kT \sum_{i=1}^N P_i \ln 1/P_i$ なので、E が最大となるのは全ての確率Pが等しいときだからである。

エネルギーの出力が一定時間内に1回だけという条件を外した、一般的な場合はどうなるだろうか。出力パターン数が多ければ多いほど得られるエネルギーも多くなるのだから、時間についても、エネルギーについても、できるだけ小さい単位で出力した方が効率は上がるだろう。ここで、時間xエネルギーのブロックの大きさを考えると、

- 1: 温度Tの環境下で熱揺らぎを上回るエネルギーの大きさは $kT \ln 2$ 以上でなければならない、
- 2: エネルギーx時間 の大きさは h を越えなければならないので、

エネルギー= $kT \ln 2$ 、時間= $h / (kT \ln 2)$ が最小ということになる。この最小単位ブロックをできるだけパターン数が多くなるように、何の制限も無く自由に配置できるのが最も効率が高いということになる。

ここで問題となるのは、出力パターンは物理的に何の制約も無く無制限に配置できるのか、という点であろう。まず前提として、得られるエネルギーの大きさとパターン数の制限関係がある。

$$E \leq kT \ln N$$

出力パターンはこの範囲内に配置する必要がある。例えば $N=8$ パターンといった状況を考えると $E \leq 3 kT \ln 2$ である。この場合、最大3個の単位ブロックを配置して8パターンを作り出すことが要請となる。2進数を思い浮かべれば、3回のON-OFFの組み合わせによって8パターンが表現できることに気付く。1秒後にエネルギー出力あり、なしの2つの状態、2秒後にもエネルギー出力あり、なしの2つの状態、3秒後もまたエネルギー出力あり、なしの2つの状態。以上を合わせれば3秒間で8パターン、最大で3単位ブロックのエネルギー出力となるので、確かに当初の要請は満たしている。しかし、このような2進数に対応したパターンを実際に出力することはできない。なぜならこの2進数パターンには「出力の時間を不確定にする」という考え方が反映されていないからである。エネルギーを出力する系(悪魔の装置)の内部状態に立ち入って考えると、エネルギーを出力し終えた直後の状態(ON)と、エネルギーを出力しなかった直後の状態(OFF)とでは、何かが異なっているはずだ。この状態の違いを解消するためには、次のエネルギー出力時間を不定にする必要がある。ONの状態であれば1秒待ち、OFFの状態であれば2秒待つ、といった具合に。こういった不定な長さの待ち時間が入るため、2進数パターンの様に「隙間無くびっしり」とエネルギーを出力することはできないのである。詳しくは「6節 時間と空間の違い」参照のこと。以上の2進数パターンの考察から分かるように、エネルギーの大きさとパターン数の関係

$$E \leq kT \ln N$$

は必要条件ではあるが十分条件ではない。物理的に許されるのは、この式に示される範囲よりも狭いのである。

出力パターンに課される制限を調べるため、もう1つの例を取り上げてみよう。いまここに、次の様な2つの似て非なる装置があったとする。

装置A:

「エネルギーが次に取り出されるまでの待ち時間が1秒、2秒、3秒のいずれかわからない」
もし開始1秒後にエネルギーが取り出されたとしても、その次の1秒でまたエネルギーが出てくるかもしれない。あるいは2秒後かもしれないし、3秒後かもしれない。

装置B:

「1秒、2秒、3秒のいずれかわからないが、とにかく3秒に1回だけ、必ずエネルギーが取り出される」
もし開始1秒後にエネルギーが取り出されたなら、次の2秒は確実にエネルギーが出てこない。

2つの装置の違いは一見些細なものに思えるかもしれないが、実のところ両者の間には大きな隔たりがある。装置Aに物理的な矛盾は無いが、装置Bは物理的に許可されていない。

装置Bの出力について考えると、取り出されるエネルギーは秒単位で見れば不確定かもしれないが、分単位で見れば確定的である。3秒間に必ず E だけのエネルギーが得られるなら、1分間には $60 / 3 = 20 E$ だけのエネルギーが確定して得られることになる。つまりこの場合、時間のスケールの取り方によって「不確定」という性質が打ち消されるわけだ。もし長時間に渡って集計したエネルギーの大きさが確定値だったならば、最終的に熱運動から確定的なエネルギーが得られたことになってしまう。これは即ち第二種永久機関となり、不合理である。一方、装置Aはどうなるか。こちらの場合、1分間に得られるエネルギーは最大で毎秒 $1E$ ずつの $60E$ 、最小で3秒に $1E$ ずつの $20E$ となる。得られるエネルギーの大きさは1分間という時間で区切っても確定的にはならない。※ それゆえ、装置Aの方は物理的に存在し得る(可能性がある)のである。

不確定分子モーターとは、出力パターンが不確定な分だけのエネルギーが得られる、というものであった。ただ、出力パターンが不定でありさえすれば何でも良いという訳ではない。出力パターンに課される制限とは、分子モーターの「1サイクルに要する時間が不定」ということなのである。1サイクルの長さが

不確定なるが故に、結果として出力パターンが不確定となるわけだ。それゆえ、実際に取り得る出力パターンは自ずと限られたものとなるのである。

■ ※

得られるエネルギーを長時間に渡って集計すれば(平均化すれば)ゆらぎは限りなく小さくなるのではないだろうか。これは本質的な点を突いた問題なので、改めて次節で取り上げよう。

一見でたらめでばらばらに見える現象であっても、多数のデータから統計的に全体を眺めてみると、個々の現象からは見えなかった法則が見出されることがある。木ではなく森を見よ、ということだ。「不確定」に出力されるエネルギー源というものを考えたとき、1つ1つはでたらめであっても、それらを多数集めることによって全体として確定的な結果を得ることができないだろうか。例えば、次にエネルギーが出力される時間が1秒後か2秒後かわからない装置を1000個動作させれば、1000個が1000個とも同時に出力する確率はかなり低いし、1000個ともそろって出力しない確率もかなり低い。平均して667個が出力する確率が最も高くなる。（確率1/2ではない、0の後には必ず1が来るので確率2/3。）数を10万個、100万個、と増やしてゆけば、平均から外れた状況は非常に低い確率でしか生じなくなるので、個々の装置が持っていた「不確定」という性質はほとんど失われる。これは不合理な話ではないだろうか。個々の装置の詳細が何であれ、全体として熱から確定的なエネルギーが得られたとすれば、結局それは第二種永久機関と何ら変わらないではないか。

実はここに不確定分子モーターの抱える大きな制限がある。不確定分子モーターの出力を、単純に1つに集めることはできない。多数の不確定分子モーターの出力を1つに集めようとすれば、平均化することによって不確定という性質が失われてしまう。それと同時に、分子モーターの出力したエネルギー自体も失われるのである。不確定と得られたエネルギーは表裏一体の関係にある。一方が失われれば他方も失われる。そうなることで物理的な矛盾が生じないのである。

なぜ単に集めることによってエネルギーが失われるのだろうか。それは、これまで何度か説明したように「N通りの原因からN通りより少ない結果を得ることができない」からである。（第2章、試行錯誤その2ー信号の合流参照）（不確定は伝播する、整流の説明参照）異なる状態を1つにそろえようとすれば、どうしてもそこにエネルギーの消費が避けられない。複数の不確定な出力を1つに集めるのにも、エネルギーの消費が必要なのである。

最も単純な状況を想定してみよう。いま、不確定分子モーターと呼ばれる2台の装置AとBがあったとして、それぞれが予測不能なタイミングでエネルギーを出力していたとする。エネルギーを出力する、しない、という状況を1と0で表現すれば、2台の出力パターンは

A	B
0	0
1	0
0	1
1	1

の4通りある。2つの出力を単純に合わせることができたとして、その結果をXとすれば、Xの出力パターンは

A	B	X	
0	0	0	
1	0	1	— 状態1
0	1	1	— 状態2
1	1	2	

といった形になる。Xの出力結果は0, 1, 2の3通りあって、平均すれば1となる。さて、ここでXの結果が1となったとき、その元になるA、Bの状態には2通りある。上の表で「状態1」「状態2」と書いた2つである。この2状態で、Xの結果は全く同じだと言えるだろうか。仮にXの結果が全く同じ状態であったなら、もともとA、Bが有していた2という状態数は消えてしまったことになる。状態数が消えてしまうといったことは、物理的にあり得ない。物理的にあり得るのは

1:状態1と状態2では、Xの結果が何かしら異なっているか、
2:Xの結果が全く同一になるように、表には現れていない別の出力があったか、
のいずれかである。

1:の場合は、一見すると結果を1つに集めたようではあるが、実は結果の中にまだ何らかの不確定要素が残っていて完全に1つにはなっていない、ということである。

2:の場合は、表には現れていない別の出力にエネルギーが振り向けられているはずである。その別の何かとは、一般的には損失として散逸されるエネルギーのことを指す。

多数の不確定なエネルギーをきっちり1つにそろえようとすれば、どうしてもエネルギー損失が避けられない。ただし、不確定なエネルギーから「ゆらぎ」を取り除くことをせず、「ゆらぎ」を含んだまま利用することは可能かもしれない。2台の装置を横に並べて稼働させれば、時には右側の出力が大きく、時には左側の方が大きい、といった具合に不安定な出力が得られるだろう。この不安定な出力をそのまま利用すれば、利用した結果は不規則に左右に振れた千鳥足のようなものになる。不安定な結果を受け入れて、おおむね前方に進むということによしとしなければならないだろう。

分子モーターというものは非常に小さな装置であり、そこから得られるエネルギーも非常に小さい。いかに小さくともたくさん集めれば大きなエネルギーが得られるはずというのが常識なのだが、残念なことに分子モーターの話はそう簡単ではない。不確定分子モーターの出力は、単純に1つに集めて平均をとることができない。それというのも、不確定分子モーターの出力には必ず不確定な要素が含まれていなければならないからである。大きなエネルギーを得ようとすれば、同時に大きな不確定をも受け入れなければならない。

上では多数の装置の平均をとる、いわば空間的に平均をとることを考えてきたが、似たような考察が時間的に平均をとる場合についてもあてはまる。時間的に平均をとるとは、不確定分子モーターの出力を長時間に渡って蓄積し、ある確定的な時間に放出するといった操作のことである。時間的な平均についての結論も上記の空間的な平均とほぼ同様だ。エネルギーを蓄積し、安定化を図った時点でエネルギーの損失が不可避なものとなる。結果として残るのは「不確定な分だけのエネルギー」なのである。

統計とは不思議なもので、でたらめな(互いに独立した)確率変数をたくさん集めてくると、その結果は定常的な1つの分布に近づいてゆく。個々にでたらめなものを集めた結果を全体として俯瞰すると、そこに規則が現れる。統計学も、統計力学も、たくさん集めると規則が生じるという事実を基礎に置いている。当然と言えば当然なのだが、改めて何故にと問えば不思議なことではないか。統計的な性質も含め、全く規則性を持たないものを考えることは極めて難しい。全く偏りを持たず、全方位に等確率で分配されているものは「全く偏りを持たない」という規則に従っているのである。不確定分子モーターとは、出力に含む不確定な要素の分だけのエネルギーが取り出せるものだということだった。不確定な要素とは、よりの確に言えば情報エントロピーのことであり、出力Eと情報エントロピーS'との間には

$$E \leq T S'$$

なる関係があった。しかし、この関係式は十分条件ではあるが必要条件ではない。(前節、出力パターンと効率) 不確定分子モーターの出力は、単に予測不能な要素を含むだけではなく、

- ・2進数パターンの様に隙間無くびっしりと出力することはできない。
- ・装置の1サイクルに要する時間が不定でなければならない。

といった条件が必要であった。この他に必要となる条件は無いのだろうか。また、これらの条件をまとめて定式化できないのだろうか。残念ながらこれは難しい問題で、おそらく定式化できないだろうというのが私の予想である。規則性があるものについて、その規則を言うことはできるし、定式化することもできる。だが、規則性がないということを明示的に表現することができるだろうか。規則性がない、ということは文字通り、考え得るあらゆる規則性を除いたその残りということだ。前節で示した様に、ある一定区間時間内に出力されるエネルギーの合計値が予測可能であってはいけない。また、出力パターンを

フーリエ変換した結果、特定の周波数成分に偏っていてもいけない。分子モーターからの出力に、もし何らかの規則性があったとすると、その規則性を利用して出力を適切に変換する装置というものが考えられるだろう。例えばフーリエ変換を行う装置といった類のものである。もしそういった変換装置を通した結果が確定的であったなら、物理的に矛盾が生じるので不確定分子モーターは成り立たない。つまり、不確定分子モーターの出力に要求される条件とは「いかなる装置を取り付けたとしても確定的な結果が得られない」ことなのである。

ここで1つの難しい疑問に突き当たる。いかなる観点から見ても全く不規則、不確定な出力(あるいは数列)といったものが果たして存在するのだろうか。例えば次の数字列を見てほしい。

821480865132823066470938446095

一見でたらめなようだが、実はこれは円周率の小数点100桁目以降の数字なのである。もしこのようなパターンを出力するエネルギー源があったとしても、その先に円周率計算機のような装置を取り付けることによって安定したエネルギーを得ることができるのである。もし物理的に実在するあらゆるパターンが、実は円周率の様に必ず何らかの規則に従っているのだとしたらどうだろうか。この世に「真に不確定」なものが無かったのだとすれば、全く規則性を持たない不確定分子モーターの出力というものも考えられないことになる。

ところが、こういった不確定の本質に関わる心配は無用である。この世に「真に不確定」なるものが有るか無いかはわからないが、少なくとも人間(あるいは何らかの知的活動を行うもの)にとって不確定なものは存在する。任意の数列が与えられたとき、それが何らかの規則に従っているのか否かを見分ける一般的な(万能な)方法は存在しない。仮に、いかなる数列からも何らかの規則性を見い出せることができたとして。もしこれが可能であれば、分子の熱運動からも何らかの規則性が引き出せることになる。すると、その規則性を利用して熱運動から利用可能なエネルギーが得られることになるので、物理的に矛盾が生じてしまう。それよりも不確定分子モーターの可能性を認めた方が矛盾は少ないのである。

不確定とは定式化できないものの総称である。そのような不確定なるものを出力するのが不確定分子モーターなのである。そして、定式化はできないのだが、この世に不確定なるものは確かに存在する。

本章では、不確定分子モーターの原理についての定式化を行った。

温度差の無い環境下で熱を仕事に変換する場合、取り出すことができる仕事の最大値は、その仕事自身に含まれる情報エントロピーに比例する。

不確定分子モーターという系から取り出すことができる仕事 E に i 通りの出力パターンがあり、その各々の確率が P_i であったとすれば、情報エントロピー S' は

$$S' = k \sum [i] P_i \ln (1/P_i)$$

で表される。このとき仕事 E の最大値は

$$E \leq T S'$$

となる。

不確定分子モーターを支える論拠は次の2点だ。

1. 不確定は保存する。
2. 時間座標は平行移動できる。

1. は情報の保存と言い換えてもよい。ただ1つの原因には、ただ1つの結果のみが対応する。 N 通りの原因には N 通りの結果が対応する。決して N 通りより多くも少なくもならない。不確定の保存は古典力学に忠実に基づいた概念である。(量子力学でも成立する)

2. 時間座標が平行移動できるとは、異なる時刻にある同一状態の系を重ね合わせることができる、ということである。時間の持つ対称性と言ってもよい。不確定分子モーターの1サイクルに要する時間が不定であったとしても、各サイクルの後に同一の状態に戻ってこれることが、時間座標の平行移動によって保証されることになる。

不確定分子モーターという、1サイクルに要する時間が不定(N 通りのうちどれになるか分からない)な系が物理的に成立するかどうかを考えてみよう。この系は1サイクルに1回、外部から熱を取り入れ、1回だけ外部に仕事を為す。サイクルの長さが不定だから、外部に為した仕事には幾らかの(N 通りの)不確定要素が含まれている。この不確定要素が取り入れた熱と釣り合えば、1. を満たすことができる。また、2. によって系は各サイクルの後に同一状態に戻ることができ、再び同様の動作を繰り返すことができるのである。以上の2点から、不確定分子モーターなる系が物理的に成り立つ可能性が予測される。(絶対にできる、という証明ではない。絶対にできないとは言い切れない、という可能性の主張だ。)

不確定分子モーターから出力されるエネルギーの大きさには理論的な上限が存在する。不確定性原理 $\Delta t \cdot \Delta E = h$ より、ある一定時間内に取り得る出力のパターン数には上限値が定まる。上限値を具体的に見積もると、穏やかな化学反応程度と推測される。

取り出されるエネルギーについて、上記の

$$E \leq T S'$$

は弱い制限であって、実際の制限はこれよりも強い。例えば2単位時間(2秒)に1回必ずエネルギーを出力するといったパターンは確かに情報エントロピーを有してはいるが、不確定分子モーターの出力パターンにはなり得ない。不確定分子モーターに課せられた出力パターンの条件とは、

「いかなる変換装置を取り付けたとしても、確定的な出力が得られないこと」

なのである。確定的なパターンを言明するのはたやすいが、不確定であることの定式化は難しい。しかし、いかなる観点からも規則性が見出せない、全くの不確定であるような出力パターンは確かに存在する。