

第一章 なぜ永久機関は実現不可能なのか

2006/08/21

熱・統計力学とは、有り体に言えば「なぜ永久機関が実現不可能なのか」を説明した学問である。永久機関が実現不可能な理由をとことん考えることが、熱・統計力学を理解する最短ルートだと、私は思っている。本章では永久機関を例に取りながら「不確定分子モーター」の理解に必要な要点を述べる。その要点とは、次の通りだ。

熱力学第二法則の本質は、孤立した系の取り得る「場合の数」が決して減少しない、ということである。

■ ※

熱・統計力学について予備知識のある方は、本章を読み飛ばして頂いても構いません。

第一章 なぜ永久機関は実現不可能なのか

第一種永久機関

2006/08/16

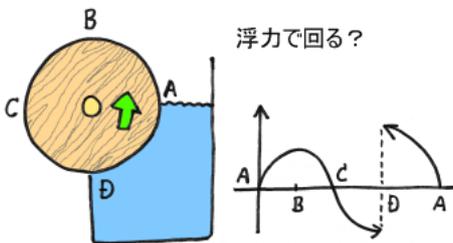
最初に、第一種永久機関について触れておこう。実のところ、「不確定分子モーター」は第一種ではなく、後で述べる第二種永久機関の方に関係が深い。しかし、世間一般で永久機関というときにはどうやら第一種の方を指していることが多いようなので、少し回り道しても損はないだろう。

第一種永久機関とは、エネルギーそのものを産み出す装置、いわば無から有を産み出す装置のことを指す。このような装置がどこか矛盾していることを我々は知識として知っているわけだが、巧みに考案された永久機関は直感を欺くようにできており、間違いを見抜くのはなかなか困難だ。今日でも「永久機関ができた」といって特許庁や大学に持ちかける人や、うまい商売を切り出す詐欺まがいの例が後を断たないと聞く。そこで、永久機関詐欺に騙されないためにも、第一種永久機関の嘘を見破る法を例を挙げて説明しよう。



いまここに一つの水槽があったとする。水槽の側面の一枚を選んで上部を切り取る。この切り口にピッタリあてはまる木製のローラーを、軸が水槽の上の縁にくるようにはめ込む。水槽に水を入れればローラーの1/4は水に浸り、残り3/4は水から出る格好となる。木は水に浮くので、ローラーは水に浸かった片側を持ち上げられて回転を始めることになる。さて、一体この装置のどこに矛盾があるのだろうか。

「ローラーと水槽の間から水が漏る」という説明は反証の理由にならない。なぜなら漏った水の量と装置から得られる力の間には特定の関係がないので、多少の水がこぼれたとしても装置から得られた力で元に戻すことができるからである。「ローラーに摩擦が働く」という説明も決定的な理由にはならない。浮力が摩擦を上回る可能性があるからだ。



第一種永久機関の間違いを発見する常套手段は「ポテンシャルエネルギーダイアグラムを書く」ことである。永久機関の動作する経路に沿ってポテンシャルエネルギー(位置エネルギー)の変化を図示すれば、必ずどこかに矛盾点が見つかるはずだ。

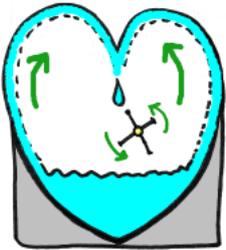
具体的に、上の例でポテンシャルエネルギーダイアグラムを書いてみよう。木のローラー上のどこか一箇所に印を付け、この印をつけた部分の位置エネルギーがローラーが一周する間にどのように変化するかを追跡する。位置エネルギー調べるのに複雑な計算をする必要はない。「物体は位置エネルギーの高い状態から低い状態へと移動する」というルールを知っていれば充分である。地球上の物体は上から下に落ちようとする。これは物体が上にある方が下にあるときよりも位置エネルギーが高いことを意味する。ところが水中では空中とは逆に、木は浮き上がろうとする。つまり水中では下にあるほど位置エネルギーが高い、と解釈できる。(浮力に関する位置エネルギーの解釈は厳密ではないかもしれないが、当座の目的にはこれで十分だ。) 空気と水の境目ではどうなるだろうか。空中の木は水面上に落下し、水中の木は水面に浮かび上がってくるので、結局のところ木は水面上に浮かんでいる状態が一番位置エネルギーが低いことになる。この最も位置エネルギーの低い水と空気の境界点をスタート地点として、ローラーが回ったときの位置エネルギーの変化を追ってみよう。まずローラー上に付けた印を水と空気の境界点に置く。ローラーを回して印を水中に入れると、印の部分の位置エネルギーはだんだん増えていって、印が一番下にきたとき位置エネルギーは極大となる。次に、今とは逆に印を空中経

由で回したときを考えてみよう。水面から出発して、印は上に行くほど位置エネルギーは増え、頂点で極大となる。頂点を過ぎて下に向かうと今度は位置エネルギーはだんだん減ってゆき、一番下にきたとき極小となる。一番下の点における位置エネルギーには、水中経由で極大、空中経由で極小という食い違いが生じている。即ち、この点に矛盾がある。「物体は位置エネルギーの高い状態から低い状態へと移動する」のだから、一番下の、ちょうど水中と空中の境界上の点において、ローラーは水中から空中に出ようとするはずだ。水の入ったビニール袋を指で突くと、指は弾力で押し戻されるだろう。同じように木が水中に入ろうとするときには押し戻される力が働く。この押し戻される力と浮力とが釣り合って、結局ローラーは回らない。



もう一つ、別の例を挙げよう。液体ヘリウムは、非常な低温(常圧で2.19K = マイナス270.96度以下)になると「超流動現象」と呼ばれる変わった挙動を示すようになる。この状態の液体ヘリウムは、容器の壁を伝って登ってゆくのである。この現象を応用して、次のような永久機関が考えられないだろうか。液体ヘリウムを、断面がハート型をした密閉容器の中に入れておく。超流動現象により、液体ヘリウムは壁を伝って天井に集まり、やがて天井の突起からポタポタと滴り落ちてくる。滴り落ちてくる液体ヘリウムで水車(ならぬヘリウム車)を回せば、結果として無からエネルギーを生み出したことになるだろう。

超流動で回るヘリウム車



この永久機関の矛盾を示すため、「ポテンシャルエネルギーダイアグラム」を書いてみよう。「物体は位置エネルギーの高い状態から低い状態へと移動する」というルールに当てはめて考えると、液体ヘリウムは容器の底に溜まっているより、壁を登ったときの方が位置エネルギーが低いことになる。ここで超流動現象の詳細を知る必要はない。とにかく壁を登るのだから、登った方が液体ヘリウムにとっては居心地がよい、つまり位置エネルギーが低い状態にあるのだと解釈しよう。次に、液体ヘリウムが空中にあった場合はどうか。液体ヘリウムは下に落ちるので、下にあった方が位置エネルギーは低い。まとめると、液体ヘリウムは壁を伝っているときには登っていた方が位置エネルギーが低く、空中にあるときは下にあった方が位置エネルギーが低い、ということになる。この結果、液体ヘリウムにとって最も位置エネルギーの低い状態は「壁を登り切った状態」だということがわかる。この最も位置エネルギーの低い状態から、壁を離れて空中にある状態へ、液体ヘリウムは移行しない。たとえ天井が尖っていたとしてもである。液体ヘリウムは容器の内壁を埋め尽くして、流動はそこで止まるだろう。普通の水を想像すれば天井から滴が落ちてくるのは当然と思うかもしれないが、液体ヘリウムにこの常識は通用しないのである。

毛細管現象で回る水車？



液体が登ってゆく現象は、液体ヘリウムよりもっと身近な所にもある。例えば毛細管現象だ。水面にストローを刺してみると、水はわずかながらストローの中を登ってゆく。このわずかに登ってきた水の力を利用することはできないだろうか。ストローに小さな穴を開けて、登ってきた水が外

に流れ出すように導く。いささかけち臭い永久機関ではあるが、とにかく永久に流れ続ける水流であることには変わらない。

この永久機関も、先の「液体ヘリウム」の例とほぼ同様だ。水がストローの中を登ってくるのは事実だが、これは「ストローの中を登った方が位置エネルギーが小さくなる」ことを意味する。登る、というより壁にへばり付く、といった方が的確だろう。もちろん穴から水が流れ出することは在り得ない。

■
小さな永久機関ではつまらないので、今度はもっと大きなスケールのことを考えてみよう。宇宙船の航法の1つに「重力カタパルト」というものがある。(別名スイングバイとも言う。)重力カタパルトとは、星の重力と運動を上手く利用して宇宙船の速度を上げる航法である。実際にボイジャー一号、二号はこの航法で木星を利用して加速を行い、土星、天王星、海王星に向かった。ここで着目すべきは、何も失うことなく宇宙船が加速されたという事実である。もし重力だけを利用してエネルギーを得ることができるのなら、エネルギーは無尽蔵に得られることになる。重力は星の自転と違って止まることがないのだから。先の永久機関は架空の装置であったが、今度はボイジャーという実績がある。宇宙船を上手に飛ばすことによって、いくらでもエネルギーが稼ぎ出せるのではないだろうか。

確かにボイジャーが木製によって加速されたのは事実なのだが、そのエネルギーは重力から得られたのではない。宇宙船にエネルギーを与えていたのは星の公転なのである。なので、ボイジャーによって木星の公転はほんの少しだけ遅くなったはずだ。(もっと厳密に考えると、ボイジャーによってエネルギーを奪われた木星の公転軌道は以前よりも内側にくるので、公転周期は以前よりもほんの少しだけ短くなったはずだ。)重力を利用して坂道を下ることを考えたとき、坂道の形状をどのようにしたら最も速く下ることができるだろうか。直感的に考えると直線の坂道が最も速そうだが、実は直線よりも「最初に急激に下って初速をつけて、後半は緩やかに」した方が全体にかかる時間は短くなる。つまり、少々窪んだ形状の坂道の方が直線の坂道よりも速い。ボイジャーが「直線的な宇宙空間」を通るより「重力的に窪んだ」木星の近くを通ったのは、最速の坂道と同じ理由による。坂道の例からも分かるように、木星の重力はボイジャーに対して無尽蔵にエネルギーを与えているわけではない。もし木星がボイジャーから見て静止していたのであれば、ボイジャーは木星からエネルギーを得て加速することは無い。(一度坂を下って、再び坂を上がるだけのこと。)しかし、実際には木星は太陽の回りを公転しており、ボイジャーに対して相当の相対速度を有している。なので、木星の近くを通ったボイジャーは木星の公転に「後押し」される恰好になり、加速を得たのである。

■
ある人が散歩に出かけ、あちこち歩き回った後に元の出発地点に戻ってきたとしよう。この人が散歩の間に昇った高さの合計と下った高さの合計は全く同じになる。上の永久機関の例は、この当然の事実を確認したに過ぎない。無から有は生じない。この事実をエネルギーについてあてはめたのが「エネルギー保存則」であり、又の名を「熱力学第一法則」と言う。「第一種永久機関」とは、即ち熱力学第一法則に反する装置、ということだ。

まっとうな常識からすればエネルギー保存則など自明の理であり、何を今更と思われるかもしれない。しかし、私はそれほど自明であるとは思っていない。私が初めてエネルギー保存則を聞かされたとき、次の様な疑問を持った。

物体を破壊するのに使われたエネルギーは、そのまま消滅してしまうのではないか。例えば、ある高さから落としたボールが堅い床で跳ね返ったとき、摩擦などの損失が極めて少なければボールは元の高さの近くまで戻ってくる。しかし、床がガラスでできていて、落としたボールがガラスの床をたたき割ったとしたらどうだろう。ボールは元の高さ近くまで戻ってはこない。だからといって、ボールの持っていたエネルギーがガラスの破片に乗り移ったとは思えない。きっと、エネルギーはガラスを引きちぎる力に使わ

れてしまったのだ。つまり、最初にボールが持っていたエネルギーは消滅してしまっただけではないだろうか？

この疑問に答を与えたのは「破壊した物体は暖かくなる」という体験だった。プラスチックの板(定規や下敷など)を根気よく幾度も折り曲げると、折り目はだんだん暖かくなる。プラスチックでなく、針金でも試してみた。幾度も折り曲げて針金が切れたとき、切り口は暖かくなっていた。この事実は私にとって、ちょっとした発見だった。かくして、私は「物体を破壊したエネルギーは消滅するのではなく、熱に変わるのだ」という法則を見いだしたのである。

常識とは、このようにして生まれてきたのである。

過去に為された第一種永久機関の試みは全て失敗に終わった。無から有を生じることにはできない。逆に言えば、有を無に帰すこともできない、ということになる。仮に第一種永久機関があったとすると、逆に回せばエネルギーを際限なく吸い込む装置となるだろう。エネルギーを産み出すことと消滅させることは表裏一体で、一方が可能なら他方も可能となる。実際、エネルギーというものは増えも減りもしない。エネルギーの形態は変化すれども総量は常に一定に保たれる。(原子力まで含めて考えれば、エネルギー+質量の総量は一定に保たれる)

いまここに、ヤカンいっぱい100度の熱湯があったとしよう。ヤカンを室温20度の部屋に放置すれば、熱湯はやがて冷めて水になる。しかし、熱湯の持っていたエネルギーは消滅したわけではない。熱湯が冷めた分だけ部屋全体が暖まっているはずだ。最終的には、ヤカンも部屋も20.1度ぐらいに落ち着いた状態となるだろう。

エネルギーを新たに生み出すことが不可能なのと同様に、既にあるエネルギーをこの世から消し去ることもまた不可能なのである。だとすれば、一度使ったエネルギーを回収して再び利用することはできないのだろうか。エネルギー自体は「不滅」なのだ。もしエネルギーの再利用ができれば、いつまでも回り続ける無限のエネルギーを手に入れたことになるだろう。このようなエネルギー再利用の試みを、第一種の永久機関とは別の意味での永久機関ということで、「第二種永久機関」と言う。「第二種永久機関」とは、いわば「エネルギーの完全なリサイクル」を行う装置のことだ。より正確な定義は次のようになる。

第二種永久機関とは、一つの熱源から熱をとってこれを仕事に変える以外に、外界に何の変化も残さずに周期的に働く機関のことである。

例えば船を走らせることを考えたとき、船の推進に使われたエネルギーは水の運動に変化し、水の運動はやがて水温の一部に変化する。もしここで、海水の水温を動力源としてもう一度船の推進力に変えることができれば、この船は他に何の燃料も使わずに永久に走り続けることができるだろう。この走り続ける船のような、第二種永久機関は果たして実現可能なのだろうか。以下に検討してみよう。

■
発電の方法の一つに「海洋温度差発電」というものがある。この発電所は海水の水温をエネルギー源として電力を得ている。ということは、海洋温度差発電は第二種永久機関なのだろうか。

そうではない。第二種永久機関との決定的な違いは「温度差」という点にある。海水の温度を調べると、水面近くの方が深いところよりも高温になっている。発電所はこの温度差を利用しているのだ。海洋温度差発電の原理は火力発電所と何ら変わらない。ただ、水蒸気を使うかわりに海水の水温でも沸騰するような液体、アンモニア等を用いているだけのことだ。発電所をイメージすると作業物質を熱する方に気をとられがちだが、冷却する手段も必要だということを忘れてはならない。火力発電でも海洋温度差発電でも、一度蒸気になった作業物質を冷たい海水を使って冷却している。冷却装置なしに発電所は動かない。石油を燃して得た熱であれ、海の表面のわずかな高温であれ、とにかく温度差さえあれば発電は可能だ。温度差に合わせてアルコールなりアンモニアなり適当な作業物質を見繕えばよいのだから。(あるいは、発電所内部の気圧を調整すればよいのだから。)ところが温度差が始めから全く無かったら、いかなる作業物質を用いても発電所を動かすことはできない。たとえ周囲の気温が1000度であったとしても、一様に1000度だったなら発電は不可能なのだ。先に挙げた第二種永久機関の定義中にある「一つの熱源から熱をとって」というくだりは、「2つ以上の温度差のある熱源とやりとりする機関は第二種永久機関ではない」ということを表していたのである。

ところで、海の水は表面付近が温かく底の方が冷たくなっているのだが、この温度差は自然に生じたものだ。お風呂を沸かすと上が熱く下がぬるくなるだろう。暖められた水は膨張して軽くなるので自然と上部に集まってくる。つまり水は放っておけば勝手に温度差を作ってくれるのだ。この温度差を発電に利用しない手はない。お風呂でも、コップの水でも、その辺の水たまりでも構わない。海洋温度差発電のミニチュア版を浮かべてどんどん発電すれば良いのではないか。温度差発電は何も水にこだわる必要はない。空気も上の方が先に暖まる。膨張率の高い流体を使えば発電効率はさらに増すことだろう。このような温度差発電を、どうして誰も作ろうとしないのだろうか。

お風呂のお湯にはっきりと温度差ができるのはどんなときだろうか。答は冷たい水を急速に沸かしたときだ。(あるいは熱い湯が急速に冷めたときだ。) 温度差は、もともと冷たい中にエネルギーを注ぎ込むことによって生じる。(あるいは、もともと熱い中からエネルギーを抜き去ることによって生じる。) 海水に温度差が生じるのも、太陽が海水を暖める一方で夜間や極部で海水が冷却されているからだ。一度お風呂をかき混ぜて温度が均一になった後は、再び上に暑いお湯が集まることはない。もう少し厳密に見たならば、かき混ぜた後であってもほんの少しだけ、上の方が下よりも熱くなるにはなる。しかしこのわずかな温度差はもはや利用できない。なぜなら温度差発電の中で使う作業物質も、水と全く同じように高温のものが上に集まろうとするからだ。上部で暖めた作業物質を、どうやって下に動かすと言うのだろうか。

■
もう一つ、別の永久機関の例を挙げよう。天気の良い日に虫メガネで太陽光線を集めれば火を起こすことができるだろう。ところで、虫メガネを使っているときの周囲の気温はせいぜい2〜30度でしかない。なのに虫メガネの焦点は非常に高温になる。虫メガネや鏡を使って光を一点に集めれば、均一な温度の中でも高温の点が作りだせるのではないだろうか。

虫メガネが高温を作りだすのはれっきとした事実だが、これは第二種永久機関には成り得ない。混乱の原因は、気温と光のエネルギーを混同している点にある。太陽光のエネルギーは気温の熱とは別のものだ。上着を着たほうが暑いけれども日焼けはしにくいだろう。これは日焼けの原因が光(電磁波)であって熱ではないことを示している。同じ気温の下であっても、真っ暗な部屋の中ではどうあがいても虫メガネで火を起こすことはできない。

虫メガネで永久機関を作る話はもう少し続く。虫メガネで得た高温を気温と比べるのはやはり無理があったようだが、焦点の部分とそうでない周囲の部分と比較することは意味があるのではないだろうか。

焦点の部分は周囲の部分より高温になる、これは疑いのない事実だ。先程は光の出所として太陽を考えたのだが、今度は高温の物体を想定してみよう。どんな物体でも充分高温になれば光を放つ。火の中の石は真っ赤に発光するだろう。さらに温度が上がれば物体は黄色に、うんと高温では真白に輝く。実は温度が低くても目に見えないだけで、赤外線が(あるいはもっと波長の長い電磁波が)放出されている。光をレンズで集めることができたのだから、赤外線だって似たような手段で一点に集めることができるだろう。いま、均一な温度の物体Aから放たれた電磁波をレンズで集めて物体Bの上に焦点を結んだとしよう。こうすれば物体Aよりも物体Bの方が高温になるだろう。あとは物体A、B間で通常の温度差発電を行えば熱を全て仕事に変換できることになる。

ところが現実には予想に反して、どんなレンズを使おうとも物体Bは物体Aより高温にはならない。なぜかという物体Aから物体Bに向かって電磁波が届くのと全く逆のルートをとって、物体Bから物体Aにも電磁波が届くからだ。Aの温度がBよりも高いときには、AからBへの電磁波の方がBからAへの電磁波より多くの熱量を運ぶのだが、Bの温度が高くなるにつれて逆にBからAに戻る熱量も増えてゆく。そしてAとBとが同じ温度になったなら、行きと復りが等しくなってそれ以上の温度変化はなくなる。ある物体から放たれる電磁波のエネルギーは、元になった物体の温度に対応している。100度の物体からは100度相当の電磁波が、200度の物体からは200度相当の電磁波が出ているのだ。そして100度の電磁

波をどれほどレンズでかき集めても200度の物体を加熱することはできない。レンズは電磁波の「量」を集めるだけで「質」を高めているわけではない。太陽光線をレンズで集めれば、原理的には太陽の表面と同じなるまで温度を上げることができる。しかし太陽以上に暑くすることはできない。もし太陽よりも暑くなったら、今度は逆に地球が太陽を暖めることになるだろう。

電磁波を使った永久機関は他にも考えられる。真黒な物体と銀色の物体を日向に置いておくと、真黒な方が銀色よりも暑くなる。つまりこれは温度差を作り出していることになる。物体Aを真黒に塗り、物体Bを銀色に塗ってお互いに電磁波のやり取りをさせたなら(単に向き合わせるだけで良い)、Aの方がBより高温にならないだろうか。

今度の場合も思惑からはずれて、温度差はできない。真黒な物体は良く電磁波を吸収すると同時に、良く放出もする。逆に銀色の物体はあまり吸収もしないが放出もしない。吸収か放出かどちらか一方だけを良くする塗料は存在しない。日向に置いた真黒な物体が銀色の物体よりも暑くなるのは、単に真黒な物体の温度が上がるスピードが銀色よりも早いというだけに過ぎない。どちらの物体も太陽と同じ温度にまで達してしまえば、それ以上の温度変化は起こらない。

■
次にはまた別の永久機関を紹介しよう。あらゆる化学反応には、正方向の反応と、その逆の反応が存在する。酸素と水素は化合して水になるが、水は電気分解すれば元の酸素と水素に戻る。大抵の化学反応は、正方向で発熱し、逆方向で熱を吸収します。(正、逆という向きは反応が自発的に起こる向きで定義される。大抵の場合、正反応＝発熱反応だが、稀に、例えば固体が液相中に拡散する反応などでは自発的な向きが吸熱反応ということもありえる。)ここで、正方向の反応だけ、あるいは逆方向の反応だけを加速する方法はないものかと考えてみよう。思い当たるのは”触媒”を利用することだ。触媒とは、化学反応を助けはするものの自分自身は反応しない物質のことだ。よく知られている消化酵素も触媒の1種だ。胃液は蛋白質の加水分解を促進するが、胃液自体が最終的に蛋白質と結合するわけではない。無数にある物質の中から、正方向の反応だけを、あるいは逆方向の反応だけを加速する触媒を見つけ出すことはできないだろうか。もしそんな触媒があれば、触媒を反応槽の中に入れて出したりするだけで自由に熱を出し入れすることが可能となるだろう。もともと均一な温度であっても、触媒を入れた反応槽と入れない反応槽の間では温度差が生じるから、これは第二種永久機関となる。

残念なことに、正、逆どちらか一方だけを加速するような都合のいい触媒は存在しない。正反応を加速したなら、必ず逆反応も加速される。ちょっと意外なようだが、胃液は蛋白質を分解すると同時に、合成するのも助けているのだ。それでもなぜ胃が肉を分解するのかといえば、胃の中にある分解すべき蛋白質の量が合成すべきアミノ酸よりも多いからだ。一つの入れ物の中に蛋白質、アミノ酸、胃液を混ぜて置くと、最終的にはたくさんアミノ酸と少しの蛋白質が共存した状態に落ち着く。ここに新たな蛋白質を加えると、蛋白質はたちどころに分解されてアミノ酸となる。逆に余分なアミノ酸を加えれば、アミノ酸の一部は速やかに蛋白質に変化するだろう。蛋白質対アミノ酸の割合は一定に落ち着こうとする。胃液、つまり触媒は、蛋白質、アミノ酸が一定の状態になるまでのスピードを上げる働きを持つ。決して最終的な割合そのものを変えるわけではない。

■
最後にもう一つ、化学反応を応用した永久機関を考えてみよう。上に挙げた蛋白質、アミノ酸、胃液の例の例のように、あらゆる化学反応は最終的に生成物が一定の割合で共存した状態に落ち着く。そこで今度は、この生成物の濃度を変える方法を考えてみよう。混合物の中からある物質だけをふるい分けるには、文字通りふるいを使えばよいだろう。とはいえ金網のふるいでは目が荒すぎるので、目の荒さが分子程度のふるい、半透膜を使えばよい。蛋白質、アミノ酸混合溶液を半透膜にかければ、大きな蛋白質分子だけをよりわけることができる。当然、残った溶液の方はアミノ酸を多く含むことになる。ここでそれぞれの溶液に胃液という触媒を加えれば、蛋白質の方は発熱反応が、アミノ酸の方では吸熱反

応が起こるので温度差が作り出せるわけだ。反応が終わったら触媒を取り除いて再びふるいにかければ、同じ溶液を何度でも繰り返し使用することができるだろう。今度の場合、触媒は反応をスタート、ストップさせているだけですからルール違反はしていない。(たとえ触媒を用いなくても、半透膜を押しつつ反応を連続的に行う仕組みを考えれば永久機関を形作ることができるであろう。) 今度こそ本当に動く永久機関を考えついたのだろうか。

残念ながら今回も落とし穴がある。半透膜で蛋白質を集める作業は、ふるいで大豆とゴマを分けるように簡単にはいかない。溶液に濃度差があるとき、半透膜には浸透圧がかかる。蛋白質を集めるには、浸透圧に打ち勝つだけの力で半透膜を押さなければならない。半透膜を押す仕事を最終的に得られた仕事から差し引けば、余分なエネルギーは少しも残らない。ここで考えた方法は「温度差を直接作るのができないならば、物質の濃度差を作ろう」というものだった。しかし、物質の濃度差を作ることは温度差を作るのと同じくらいに難しい作業だ。金網のふるいで簡単にできることが半透膜ではなぜ難しいのだろうか。それは大豆と蛋白質分子の大きさの違いにある。蛋白質分子は熱で運動するので、それを押さえ付けるのに力が必要だ。この力が浸透圧として働く。一方大豆は熱でびよこびよこ跳ねたりしないので、分離に余計な力はいらぬというわけだ。



以上で我々は、熱、電磁波、化学反応、物質の濃度という4つの領域を見てきたわけだが、結局どんな方法を用いても均一な温度から利用可能なエネルギーは取り出せなかった。ここで挙げた例をまとめると次のようになる。

- 1: 温度差のある状態から温度が均一な状態にはなるが、逆はできない。
- 2: 化学反応は最終的に、生成物がある一定の割合で存在する状態に落ち着き、そこから反応以前のもとの状態に戻すことはできない。
- 3: 物質を混合するのは簡単だが、逆に入り交じった状態から分離した状態に戻すことはできない。

要するに「この世でおこる変化には向きがあつて、決して逆は起こらない」ということだ。暑いヤカンはやめるけれども、ヤカンが周囲の熱を集めてひとりでの沸騰することはない。石油は燃えて水と二酸化炭素になるが、空気中の二酸化炭素と水が集まって石油の雨が降ってきたという話は聞いたことがない。コーヒーとミルクは混ぜることはできるが、ミルクコーヒーをブラックに戻すことはできない。3つとも、身近な体験から素直に納得のゆく事実だろう。

変化が完全に進行して、最後に行き着く状態のことを”平衡状態”と言う。”平衡”とは「行きと復りが等しく釣り合っている」という意味だ。”平衡”の概念を理解するには、上の電磁波の例が最も解かりやすいだろう。2つの物体A、Bを向かい合わせに置けば、両物体は電磁波(光、赤外線 etc)の形でエネルギーのやりとりを行なう。Aの方がBより温度が高いときはAからBに移動するエネルギーの方が多いので、Aの温度が下がってBの温度は上がる。逆にBの温度が高ければエネルギーはBからAに移動する。A、Bの温度が等しくなると、AからBに移るエネルギーとBからAに移るエネルギーが等しく釣り合うので、もうこれ以上温度は変化しない。温度変化がなくなったからといって電磁波の放出が止まるわけではない。電磁波はいつでも出ているのだが、行きと復りの強さが等しくなった時点で物体の温度は一定となるのだ。このように、あらゆる変化は最終的に「釣り合いがとれてもうこれ以上変化の仕様がな」ところまで進行する。変化とは、平衡状態に至る過程なのだ。ただ、平衡状態に至るまでのスピードは変化の種類によってまちまちで、中には非常に時間がかかるものや、きっかけがないと進まないものもある。空気中に置かれた鉄塊は、最後には錆びて水酸化鉄になるのだが、そこに至るまでに何千年もかかるかもしれない。山は削られて、まっ平になった状態が一番安定だ。水素と酸素を混ぜておけば水になるはずだが、マッチで火をつけるとか電気火花を散らすといったようなきっかけが必要だ。(ただしきっかけがなかったとしても極めて長い時間待てば水に変化するだろう。) 我々の身の回りにおいて今なお変化を続けているものは(我々自身もその一つだが)、全て「平衡状態に至るまでの途中の姿」なの

だ。高い山もいつかは削られて平坦になるだろう。造山活動でまた新しい山ができるのも地球内部が熱いうちで、地球自体が冷えきってしまえば新たな山ができることはなくなる。電磁波のやりとりの話は地球と太陽の間にもあてはまる。太陽もやがては燃え尽きて、太陽も地球も同じ冷たい星になることだろう。宇宙にある全ての太陽が燃え尽きてしまえば、宇宙はもうこれ以上何の変化も起こらないような均一な温度に落ち着くことだろう。我々がいつかは死ぬということを知っているように、宇宙全体も遠い未来には活動が停止するだろうという予想が成り立つ。これを”宇宙の熱的死”と言う。ただ、宇宙は広いので我々の日常経験をいきなり宇宙全体のスケールに拡大するのは大いに疑問である。宇宙の遠い未来については、まだまだ我々の知恵の及ばぬところも多いであろう。それでは、地球のもう少し近い未来についてはどうだろうか。私は、”文明の熱的死”は単なる空想事として片づけられない問題だと感じているのだが、いかがであろうか。

身近に起こる色々な変化を観察すると、どうやら変化の向きには一定のルールがあることに気づかれることと思う。そのルールとは

あらゆる変化は、偏在した状態から均一な状態に向かって起こる

というものだ。第二種永久機関とは、どうにかしてこの変化の向きを逆転できないかという努力だった。しかし、変化の逆転は土台無理なことだったのである。

■ ※水飲み鳥の仕組み

第二種永久機関の例(?)として、よく「水飲み鳥」が話題に上がる。
水飲み鳥の仕組みについては [link:/memo/WaterBird.html] を参照のこと。

第一章 なぜ永久機関は実現不可能なのか 第二種永久機関、さらなる例

2006/08/16

世に第一種永久機関の例は数多いが、第二種永久機関の例は比較的少ないように思う。それ故、ここではさらなる第二種永久機関の例を挙げることにしよう。以下の例にはそれぞれ「嘘の」内容が書かれている。解答を見る前に、問題を解く要領で嘘の看破を試みられると良いだろう。

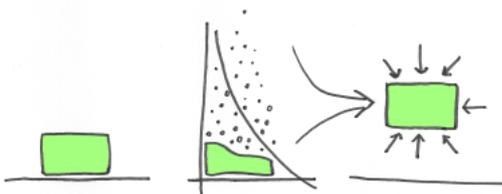
■ [例1] 「細かく砕いた平均」の永久機関

日常的な視点から見て十分大きく重い物体は下に落ちる。それに対して極端に小さい物体は空気分子の熱運動にさらされて、必ずしも下に落ちるわけではない。例えば小さなほこりはわずかの振動で宙に舞い、なかなか下に落ちてこない。ということは、大きな物体も細かく砕けば宙に飛ぶ、というわけだ。

このことを利用して、次の様な永久機関ができないだろうか。

いま、宙に飛ばしたい物体を細かく切り刻む。うんと細かく切り刻めば、物体の各部分は熱運動にさらされる粒子となって宙を漂う。やがて、粒子は高さに対して一定の分布に落ち着く。(指数的な分布に落ち着く。)

ここで、全粒子を重心の位置に再び集めることを考える。重心より下にある粒子を上を持ち上げるのは大変(エネルギーを要する)だが、そのエネルギーは重心より高い位置にある粒子を落とす(位置エネルギーを利用する)ことによって得られるだろう。位置エネルギーを考えたとき、重心とは位置エネルギーの中心、つまり平均して0の点なのだから、ここに粒子を集めるのに他のエネルギーは必要ないはずだ。それが無理と言うのであれば、重心の少し下あたりに全粒子を集めても構わない。とにかく、重心の位置は元の地面、物体を切り刻む以前の高さより上にあるのだから、以上の行程によって労せずして物体を持ち上げたことになるだろう。



■ [解答]

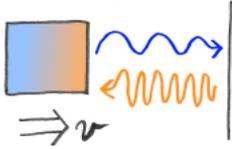
熱運動で細かく散らばった粒子を1箇所に集めるのがたいへんなのである。

熱運動で散らばろうとする粒子を引き寄せて、1ヶ所に留めておくのにエネルギーを要するのだ。細かい粒子は放っておけばばらばらに散らばる。散らばるのが自然なのである。これを自然に逆らって集めるためには、それなりの労力が必要となる。散らばった粒子を気体と考えれば明白だ。気体を圧縮するには何らかの外力を要し、その分だけの熱が発生するはずだ。

■ [例2] ドップラー効果を利用した永久機関

パトカーや救急車のサイレン音は、近づいてくるときには高く、遠ざかるときに低く聞こえるだろう。観測者に対して波源が近づいてくるとき波長は短くなり、逆に遠ざかるとき波長は長くなる。これがドップラー効果である。ところで、一般的に波動は波長が短いほどエネルギーが高い。ということは、ドップラー効果を利用して波動の持つエネルギーを高めることができるのではないか。

例えば、鏡に向かって進行している車から光を放ったとき、鏡で反射して戻ってきた光を車内から見れば、光の波長は放ったときよりも縮んで見える。いま、ある温度 T の物体が放射している電磁波（赤外線など）を、相対運動している鏡に反射させて元の物体に戻したとしよう。戻ってきた電磁波は波長が短くなっているため、物体の温度を T よりも上げることができる。



物体の温度上昇に要したエネルギーは何処からもたらされたのだろうか。実は、エネルギーの総量は変化していないのである。なぜなら、電磁波の波長が短くなった分、電磁波全体の長さも短くなっているからだ。仮に電磁波の波長が半分に縮んだとすれば、1秒間放出した電磁波は、鏡に反射した後は0.5秒間しか物体を照射しない。電磁波の行きと復りを比べたとき、復りの方が温度は上がっているが照射時間は短くなっている。なので、物体の持つエネルギーは温度という「質」が上がるだけで「量」は増えていないのである。それゆえ、この過程はエネルギー保存則に反してはいない。エネルギーの総量が変わらないのに物体の温度が一方向的に上昇するのは不合理なので、温度上昇は戻ってきた電磁波を受け取った面で局所的に、瞬間的に生じるのであろう。たとえ瞬間的な温度上昇であっても、高温を生じたことには代わりはないのだから、ここから利用可能なエネルギーを取り出すことができるはずだ。例えば物体を振り子に吊して往復運動させ、振り子の前後に鏡を置き、その他適当な装置を工夫することによって、連続的に利用可能なエネルギーを取り出す装置を作り出すことができるだろう。

■ [解答]

光は運動量を持っているので、物体を押し戻す力が働く。

光はほんのわずかではあるが運動量を持っており、受け取った物体に力を及ぼす。光を鏡に反射させて物体に戻せば、物体の運動にブレーキがかかる。物体を振り子に吊した装置によってエネルギーを取り出そうとすれば、光の運動量によって、やがて振り子は停止するだろう。

■ [例3] 光の分離現象を利用した永久機関

第二種永久機関とは、要は余計なエネルギー消費なしに、ごちゃまぜの状態をきれいに分離する、ということである。もし、何かひとりでは対象を分離するような自然現象があれば、それを利用して永久機関を作ることができるだろう。

例えば、プリズムを用いて光を波長ごとに分離することができる。白色光（太陽からやってくる光など）は、いろんな色がごちゃまぜに混じった光である。プリズムは、特別なエネルギー消費なしにごちゃまぜの光をきれいに分離している。プリズムと同様、ごちゃまぜの電波の中から特定の放送局だけ選り分けるラジオも、波長による分離を行っている。

光の分離については、もう1つ偏光という性質によるものがある。方解石の結晶は、縦方向に振動する光と横方向に振動する光を2つに分離する。このような「光を分離する現象」を用いて永久機関を実現できないだろうか。

1. まずは方解石を利用したものを考えてみよう。

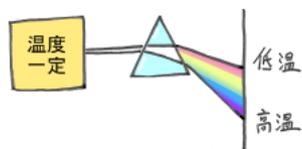
電荷を帯びた物体が振動すれば、電磁波、即ち光を発する。いま、温度 T のある物体が熱運動によってでたらめに振動していたとしよう。この物体が発する光も、でたらめな方向に振動する「ごちゃまぜの」光となる。このごちゃまぜの光を方解石によって縦方向の振動と、横方向の振動に分離す

る。そして、縦方向に振動する光を物体Aに、横方向に振動する光を物体Bに当てる。すると、物体Aは縦方向だけに、物体Bは横方向だけに振動する。この状態で、物体Aは縦方向に見れば温度Tだが、横方向には振動していない、つまり冷たい。一方、物体Bは横方向に温度Tだが、縦方向には冷たい。ここで生じた温度差を利用して、発電を行うことができる。発電の後、物体A、Bの温度差がなくなったら、物体AとBを合わせて1つにする。そして、AとBを合わせた物体が発する光を再び方解石に導いて、縦方向の振動と横方向の振動に分離する。以下、この操作を繰り返せば、当初物体が持っていた熱を全て利用可能なエネルギーに変えることができる。



2. 次に、プリズムを利用した永久機関を考えてみよう。

光のエネルギーは、波長が短いほど大きい。青紫の方が、赤橙より高エネルギーである。プリズムを用いて光を分離した場合、青紫側の方が赤橙側よりも高エネルギーである、即ち高温である。いまここで2つの物体A、Bを用意して、物体Aには青紫の光線を、物体Bには赤橙の光線を当てる。するとAの方がBよりも高温になるので、A、B間の温度差から利用可能なエネルギーを取り出すことができる。



■ [解答]

1. 光は順方向に向かう経路の全く逆をたどって、逆方向にも照射する。

方解石がごちゃまぜの光を縦方向と横方向に分離すると全く逆の過程を経て、縦方向と横方向に分離した光が方解石に入るとごちゃまぜになった光が出てくる。同様に、プリズムも白色光を七色に分離するが、その逆に七色の光を合わせて白色光に戻すことも行う。なので、一方的に「分離」の過程だけが進行することはない。

上の例では、もう1点「横方向には振動していない、つまり冷たい」という箇所にごまかしがある。最初から冷たい物体を用意しなければ、横方向が冷たくはならない。結局のところ横方向の温度は、温度Tと平衡にあるはずだ。

2. たとえ単色光を照射しても、物体の温度は変わらない。

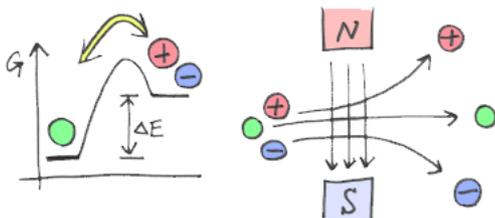
物体の温度と、そこから発する光の波長の理想的な分布の形状は物理的に決まっている。この理想的な形状から外れた光、たとえば赤橙色の光だけを物体に照射したとしても、物体の温度は、赤橙以外の欠けた色を補う形の分布に近づいてゆく。もともと温度Tの物体から発された赤橙色の光を他の物体に当てても、Tよりも温度が下がることはない。同様に、青紫の光を照射しても、元の物体よりも温度が上がることはない。逆に、この事実をうまく応用すれば、単色の電磁波で相当の高温を作り出すことができる。これが電子レンジの原理だ。

■ [例4] ローレンツ力を利用した混合物の分離

荷電粒子が磁界の中を横切るとき、磁界から受ける力をローレンツ力と言う。電荷の異なる粒子の受けるローレンツ力の大きさは異なるので、これを利用して電荷の異なる粒子を分離することができる。ここで重要なのは、磁界は荷電粒子に対して何ら仕事をしていない、つまりエネルギーを与えている訳ではない、という点である。ローレンツ力によって荷電粒子の分離を行ったとき、そこで消費されるエネルギーは理論的には0のはずだ。

このエネルギー消費0の分離方法を用いれば、次のような第二種永久機関が実現できるだろう。

- ・まず、荷電した状態としていない状態を行き来する適当な物質、つまりイオン化反応する物質を探し出す必要がある。ただし、そのイオン化反応は何らかの方法で制御できる必要がある。例えば、触媒に触れたときだけ反応が起こる、といった性質が必要だ。また、物質が荷電した状態(イオン化した状態)と、そうでない状態の間には、適切な大きさのエネルギーの落差がなければならない。(エネルギーの落差とは、2つの状態間で化学ポテンシャルに差がある、ということ。適切な大きさ、と言うのは平衡がどちらか一方に極端に偏らない程度の大きさのことである。もし、エネルギーの落差が極端に大きければ、ほぼ全ての物体がエネルギーの低い状態の方に落込んでしまうので、目的には不向きだ。)ここでは仮に、物質が荷電した状態の方が、そうでない状態よりも高いエネルギーを有しているものとしてしよう。
- ・この物体を自然に反応させれば、荷電した状態とそうでない状態の分子が入り交じった平衡状態に落ち着く。
- ・入り交じった状態で反応を停止して、ローレンツ力を利用して荷電粒子とそうでない粒子を分離する。(反応の停止は、例えば触媒を外す、といった方法によって実現する。)物質の粒子を磁界の中で飛ばせば、荷電粒子の軌跡は曲がるが、そうでない粒子はまっすぐに飛ぶ。粒子を飛ばすためにはエネルギーを要するが、そのエネルギーは分離後の粒子を受け止めた際に回収できる。(電荷の保存から、粒子は+、-、電荷なし、の3種類あるはずだ。なので、ここでは粒子を3つに分離することになる。)
- ・粒子の分離が済んだら、荷電粒子だけ(+と-だけ)を集めた容器と、そうでない粒子だけを集めた容器について、それぞれ再び反応を開始する。荷電粒子の方が高エネルギーなので、荷電粒子側の容器は発熱し、そうでない容器は吸熱する。荷電粒子側からそうでない側に向う熱の流れから、利用可能なエネルギーを得ることができるだろう。



■ [解答]

この永久機関の矛盾を見出すのはかなり難しいことと思う。考案した私自身、当初は本物の永久機関ではないかと考えた程である。上の装置はもちろん永久機関にはなり得ないが、私が「不確定分子モーター」に考え至るきっかけとなった重要な要素を含んでいるのである。

矛盾点は、粒子を飛ばすのに用いたエネルギーが完全に回収できない点にある。理論的には、ピッチャーの投げたボールのエネルギーはキャッチャーが全て回収することができる。しかし、上の例の場合、飛んでくる粒子は＋、－、電荷なし、のいずれかわからない、という性質を持っている。この「いずれかわからない」粒子の持つエネルギーは、「完全にわかっている」、ただ1つの状態に決まっている粒子の持つエネルギーに比べて「利用価値が低い」。3通りに分かれてしまったエネルギーを、元の1通りのエネルギーに戻すことができないのだ。もし、実際に上の様な装置を作って利用可能なエネルギーが得られたとしたら、そのエネルギーは「1通りが3通りに分かれた」代償として得られたものである。3通りに分かれた状態を元の1通りに戻すためには、装置から得られた利用可能なエネルギーの全てを投入しなければならないだろう。（実際にはそれでも足りないだろう。）さて、以上の考察から得られる「重要な要素」とは何か。それは、次のものである。

わかっている状態を、いずれかわからない状態に変えることによって、利用可能なエネルギーを得ることができる。

過去に傾けられてきた永久機関実現への努力と失敗の歴史から、我々は重要な2つの物理法則を学んだ。

- ・熱力学第一法則 = エネルギー保存則
エネルギーの総量は増えも減りもしない。
何も無いところからエネルギーを生み出す装置、第一種永久機関は実現できない。
- ・熱力学第二法則 = エントロピー増大則
大局的に見て、エネルギーが自然に流れる向きは一方通行である。
一度利用したエネルギーを完全に回収して再利用する装置、第二種永久機関は実現できない。

熱力学という学問は、つまるところ上の2大法則を基に成立していると言って良い。この2大法則に「証明」は無い。幾多の実験と失敗から学んだ経験則である。経験則という言葉で片づけると、熱力学は何とも脆弱な基盤の上に成り立っているかのような印象を与えるかもしれない。しかし、歴史に裏付けられた経験則はいかなる論証よりも重みがある筈だ。物理学が最後に拠り所とするのは経験の積み重ね、実験事実なのである。

熱力学第一法則は、別名「エネルギー保存則」と言う。

熱力学第二法則は、別名「エントロピー増大則」と呼ばれている。

1つ目の「エネルギー」は馴染み深い概念だろう。それに比べて2つ目の「エントロピー」は知名度が低い、あるいは聞いたことがあっても正確な意味を知らないことが多いのではなかろうか。実際、「エントロピー」は学ぶ者にとって難しい概念と思う。それでいて物理の根幹を成す重要概念であり、奥が深い。本論の目的である「不確定分子モーター」の理解にもエントロピーは外せない。そこで、まずはエントロピーについて、できるだけ直感的に把握できるような説明を試みよう。

エントロピーとは、言うなれば

「エネルギーが自然に流れる向きを表す指標」※

である。この世で起こるあらゆる物理的な変化にはエネルギーが関与している。※そして、エネルギーの流れる向きは本質的に一方通行である。であれば、エネルギーの流れから、あらゆる変化の進む方向を押し量ることができるだろう。この「変化の進む方向」を数値で表したものがエントロピーなのだ。エネルギーが流れる向きを知る、ということは、この世に起こるあらゆる変化の向きを予測できる、ということだ。これがいかに大きなインパクトを持つか、なぜ物理学の根幹と言われているか、お分かり頂けることと思う。

エントロピーを理解するためには、エネルギーの流れがどのような「法則」に従うのか考えてみる必要がある。

真っ先に思いつく事例は「水は高きから低きに流れる」であろう。水であれりんごであれ、あらゆる物体は、より低い、安定した状態に移行しようとする。ということで、エネルギーの流れについて最初に思いつく法則は次のようなものであろう。「あらゆる物体は、位置エネルギーが低い状態に移行しようとする。」この法則はおおむね間違っていないのだが、絶対の真実というわけでもない。位置エネルギーが低いからといって、月はすぐさま地球に落ちてはこないだろう。りんごが地上に落下するのに、月が落下しない理由は何だろうか。地面に激突するからだろうか。ここで、エネルギーは決してなくならない、という法則を思い出そう。地面に激突したりんごが再びもとの高さまで跳ね上がらないのは、りんごの持っていたエネルギーが衝突時に熱に変わったからだ。もしエネルギーが熱に変わらなければ、りんごは決して下に落ちたままではいることはない。月が地球に落ちてこないのは、月の持つエネルギーが摩擦などによって熱に変わるチャンスが無い(極めて少ない)からである。中途半端な高さにある人工衛

星は大气との摩擦によって、やがて地上に落下してしまう。つまり「物体は自然に落下する」という素朴な常識は

「エネルギーは最後には熱に変わる」

という法則に従っていたのである。

「エネルギーは最後には熱に変わる」

身の回りのエネルギーを改めて見回すと、この法則はかなりの的を得ていることに気付くだろう。例えば自動車はガソリンを燃焼して走り、ブレーキを踏んで停止する。このときのエネルギーの流れは大雑把に言ってしまうとこうなる。

ガソリン(化学エネルギー) → 自動車の走行(運動エネルギー) → ブレーキ(熱エネルギー)

ほぼ全ての家電製品は、電気を最後には熱に変えている。例えばテレビは

電源(電気エネルギー) → テレビ(光、音) →
光 → 物質に吸収(熱エネルギー)
音 → 広範囲に拡散、あるいは物質に吸収(熱エネルギー)

家電の中で例外的なのは、冷蔵庫、クーラーといった冷やす機械だ。これらは電気エネルギーを使って、熱とは反対の、冷たい空間を作り出していると思われるかもしれない。しかし、冷蔵庫もクーラーも、冷却装置とは別の場所に放熱板があって、冷却する以上の熱を放熱板から放出している。冷却装置とはいわば「熱のポンプ」のようなもので、最終的には放熱が冷却を上回る。部屋の温度を下げようとして冷蔵庫の扉を開けっ放しにしたら、かえって部屋全体が暑くなってしまうのだ。(これは放熱板が冷蔵庫の裏、つまり部屋の中にある場合の話。放熱板を部屋の外に出したものがクーラーだ。)

大抵のエネルギーの形態間には、相互に変換の手段がある。行きがあるならその逆の過程、帰りもある。いくつか例を挙げてみよう。

・位置エネルギー → 運動エネルギー 坂の上からボールを転がり落とす
・運動エネルギー → 位置エネルギー 転がっているボールがその勢いで坂を上がる

位置エネルギーと運動エネルギーの変換を交互に行っているのが、いわゆる振り子である。

・電気エネルギー → 運動エネルギー モーター
・運動エネルギー → 電気エネルギー 発電機

モーターと発電機は、原理的には同じものだ。試しにモーターを力づくで回してみると、電気を起こすことができる。

・化学エネルギー → 電気エネルギー 電池(放電)
・電気エネルギー → 化学エネルギー 電池の充電

これが逆の過程だということは容易に分かるだろう。

・電気エネルギー → 音 スピーカー
・音 → 電気エネルギー マイク

スピーカーとマイクも原理的には同じものだ。スピーカーをマイクに使用することは一応は可能である。(目的に合っていないのでかなりの無理はあるが。)

- 電気エネルギー → 光 半導体発光素子
- 光 → 電気エネルギー 太陽電池

これも逆の関係にある。(真っ先に思いつく電球は太陽電池の逆とは言い難い。電球に光を当てても発電できないのは、電球の場合、電気が一度熱に転じて光を発するからだ。)

他にも例はたくさんあるだろう。これらを1つ1つ見てゆけば、どんな形態のエネルギーであっても上手く導けば他の形態に変換できるということがわかるだろう。ただし、1つだけ例外がある。「熱エネルギー」だ。エネルギーは一度熱になってしまうと、そのままでは他の形態に変換することができない。例えば運動する物体は、摩擦やブレーキによって運動エネルギーを熱に変えることができる。しかし、一度熱になったエネルギーを再びかき集めてきて、元の運動エネルギーに戻すことはできない。

- 運動エネルギー → 熱 **これは一方通行!**

上に、振り子は位置エネルギーと運動エネルギーをやりとりする過程だと書いた。しかし現実の振り子は摩擦や空気抵抗によって、エネルギーを少しずつ熱に転じている。振り子は少しずつ運動エネルギーを失い、全てのエネルギーが熱に転じた時点で停止する。上のエネルギー変換の例で、損失無しに完全に元に戻るものは現実的にはほとんどない。どこかに摩擦、損失、抵抗といったものが入り込んできて、エネルギーを少しずつ熱に変えているのである。

逆の過程を経ることによって元の状態に戻れるような過程を「可逆過程」、それに対して逆の過程が無く、一方通行にしか進行しないような過程を「不可逆過程」と言う。概して、熱以外の形態間のエネルギー変換は可逆過程であり、熱に変わる変化は不可逆過程である。実際には、超伝導のような特殊な状況を除く大半の物理的変化は不可逆過程であり、可逆過程は理論上の極限でしか成立しない。我々が日常的に「エネルギーの消費」と言っているのは、不可逆過程を通じてエネルギーが元の状態に戻らなくなることを指している。エネルギーの利用という点からすれば、できる限り熱に変わる過程を少なくするのが無駄の無い上手な使い方だと言える。

さて、以上から我々は

「エネルギーは最後には熱に変わる」

という法則を見出した。この法則はかなりの広範囲に適用できるが、まだ完璧というわけではない。というのは、改めて世の中を見回してみると「熱に変わる」以外の別の傾向に従う物理的変化も存在するからだ。

まず第一に、我々は蒸気機関のような装置を使って、確かに高熱から運動エネルギーを得ている。第二に、世の中には結果的に熱を奪う物理的変化も存在する。水が蒸発する際に熱を奪う、という変化は最も身近な例だろう。これらの2点から、もう少し「エネルギーの流れの法則」に補足を加える必要がある。

第一の点については、第二種永久機関の所でも触れておいた。熱から他の形態のエネルギーを取り出すには、必ず温度差が必要となる。蒸気機関が熱を運動エネルギーに変えているのは、蒸気を過熱する石油や石炭だけでなく、蒸気を冷却する海水や空気があるからだ。どんなに高温であっても、一様な高温の中から利用可能なエネルギーを取り出すことはできない。これはちょうど、どんなに標高が高くても平らな平原の中では物体はどこにも転がり落ちないのに似ている。熱が高温から低温に流れるのは、経験的にも明らかな自明の理であろう。この、熱が流れる「勢い」があつて初めてエネルギーを利用

可能な形態として取り出すことができるのである。以上より、温度差について、もう1つの法則を付け加えることになる。

「熱は高温から低温に向って流れる。熱から他の形態のエネルギーを取り出すことができるのは、温度差があって、熱に流れが生じているときだけである。」

次に第二の点について考えてみよう。熱を奪う物理的な変化とはどのようなものか。例えば、蒸発、結晶の融解、気体の断熱膨張などである。汗が蒸発するとき体温を奪う。氷砂糖は口に含むとひんやりする。(なのでこの名が付いたのだと思う。) 高压のタイヤから抜ける空気は冷たい。これら「冷える変化」に共通する特徴は、何らかの物質の拡散がともなうことだ。※ 水が空気中に蒸散する。砂糖が水の中に溶け出す。圧縮されていた空気が広がる。実は冷蔵庫やクーラーも、内部では物質の拡散を利用しているのだ。(中には物質の拡散以外の原理による冷却装置もある。) 冷蔵庫やクーラーの電力は、作業物質を圧縮して回すためのモーターに使われている。直接冷却を行っているのは、作業物質が拡散する(減圧する)過程なのである。熱が高温から低温に流れるように、高压の空気は低压の空間に自然に流れ出そうとする傾向を持つ。熱と物質は全く異質のものだが、どちらも平均化する向きに流れを生じるという点では似通っているのである。以上から「熱に変わる」という法則の他に、もう1つの法則があることがわかる。

「物質は高压から低压に拡散する傾向を持つ。場合によっては、物質の拡散の傾向の方が発熱する傾向(最後には熱に変わる傾向)を上回ることがある。」

さて、ここまで考えてきた「エネルギーの流れの法則」をまとめると、以下の3項目になる。

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1: エネルギーは最後には熱に変わる。2: 温度差は平均化される。3: 物質は拡散する。 |
|--|

この3項目を改めて見直すと、何となく同じことを言っていないだろうか。

「平均化する」

「均一化する」

「だんだんばらばらに散らばってゆく」

ともいえるだろうか。実際、この3項目は本質的には同じことを主張しているのである。しかし、その本質を日常用語で簡潔に表現するのは難しい。これを的確に表現できるのが、「エントロピー」という物理学で導入された指標なのである。どんな概念であっても、できれば平易な言葉で説明できるに越したことはない。しかし、ことエントロピーについては例え話や例を連ねるより、数式の方が簡明で解りやすいと思う。

以上で「エントロピー」に入る準備が整った。次に、具体的なエントロピーの定義に移ることにしよう。

■ ※

例えば気体の自由膨張のどこに「エネルギーの流れ」が見出されるのか、といったお叱りを受けるかもしれない。これは完全な表現ではなく、説明の方便であることをご了承ください。気体の自由膨張であっても、気体の為すであろう「仮想的な仕事」まで含めて考えれば必ずしもエネルギーの流れと無縁ではない。

■ ※

より正確には「あらゆる物理的な変化はエネルギーという観点から捉えることができる」であろうか。エネルギーとは、つまるところ人が生み出した概念であり、手にとって示せる物体の類ではない。物理現象にエネルギーが関与しているかどうかを判断する主体は、結局は見る人の側にある。

■ ※

冷却について考えると、熱を奪う変化でありながら物質の拡散をともなわない現象もある。例えば、ペルチェ素子を用いた電力による冷却、消磁冷却、レーザー冷却、などである。なので「冷却 → 物質の拡散」という図式は必ずしも真ではない。物質の拡散をともなわない冷却では、外部から何らかの形で利用可能なエネルギーを注入している。そして、注入したエネルギーは「最後には熱に変わる」という1番目のルールに従っているのである。

最初に、エントロピーSの定義を述べておこう。

対象となる系が状態Aから状態Bに移行したときのエントロピー変化Sは

$$\Delta S = \int (A \rightarrow B) dQ / T$$

で表される。ここで、Qは系に出入りした熱量、Tは系の温度、積分は系の変化が可逆的であるような準静的過程に沿って行うものとする。つまり、エントロピーSとは、系に出入りした熱量Qを、その時々温度Tで割った値を足し合わせたものである。なぜ、熱量を温度で割った値が「エネルギーが自然に流れる向き」を表すのか、なかなか直感的には把握しづらい。いかにしてこの「熱量を温度で割る」というアイデアが得られたのか、その筋道をたどってみよう。

もし「エネルギーが自然に流れる向きを表す指標S」があるならば、前節の「エネルギーの流れの法則」から、Sには次の3つの性質があることが望ましいであろう。

- 1: 指標Sは、エネルギーが熱に変わるほど大きくなる。
- 2: 指標Sは、温度差が平均化されるほど大きくなる。
- 3: 指標Sは、物質が拡散するほど大きくなる。

ここではSが大きくなるほど、変化が進行しているもの考える。もちろんSが小さくなるほど進行している、としても良かったのだが、これは単に決め事の問題に過ぎない。

まず1:の性質から、Sは熱量Qに関係していると予想が付く。Sは、熱量Qが増えるほど増加する性質のものだろう。

次に、2:の性質を後回しにして、3:の性質にとりかかろう。改めて繰り返すが、ここでの目標は次のものだ。

「温度が均一になろうとする傾向と、物質が均等にゆきわたろうとする傾向は類似している。この2つの傾向をまとめて表せるような指標Sを見出したい。」

このような指標Sは、熱と、物質の拡散の間の関係を調べることによって見出されるであろう。どのような物質について調べるかだが、ここでは考え得る限り最も単純な物質、「理想気体」を扱うことにする。理想気体とは、

- ボイルの法則 $PV = \text{一定}$ (温度T一定)
- シャルルの法則 $V \propto T$ (圧力P一定)

に従う気体のことである。※ このように仮想的な対象を持ち出したのは、理想気体が最も単純で考慮すべき要素が少ないから、という理由による。※ 最も単純なものは、最も良く本質を表すのである。さて、気体の熱のやりとりで、まず手掛かりとなるのは次の現象である。

- 気体が膨張するときに温度が下がる。
- 逆に圧縮すると温度が上がる。

これらの現象は、自転車のタイヤの空気を勢いよく抜いたとき、逆に空気入れで空気を入れるとき、などに体験できるだろう。それでは、なぜ気体は膨張する際に冷えるのだろうか。ここで熱力学第一法則、エネルギーは増えも減りもしない、ということのを思い起こそう。気体の温度が下がった分だけ、どこかに

エネルギーが流出している。それは何処か。エネルギーは、周囲にある約1気圧の空気を押しつけるために使われた、ということだ。気体が膨張する際には周囲に対して仕事を行う。※ 実のところタイヤの空気をただ抜けるに任せるのはエネルギーとしては勿体ない話で、風車なり適当な仕掛けを用意しておけば相当のエネルギーを回収できるはずなのである。このことは、逆に空気入れを押し込むと温度が上がることと対にして考えると分かりやすい。空気入れを押し込むには力が要る。その力にあてたエネルギーは、最終的には熱に変わる。逆に、気体が膨らむときには、空気入れを押し込んだのと同じだけの力が返ってくる。※ そして、その返ってきた力の分だけ温度が下がるのである。

ところで、実際の日常で膨張による冷却や、圧縮による加熱の現場を体感することは以外に難しい。空気入れの例にしても、勢いよく何度も押し込んだ末にやっと温度上昇が感じられる程度であろう。温度上昇や冷却が体験しづらい理由の1つには、日常の環境は一定温度の空気に取り囲まれているという事情がある。空気入れをゆっくり押したなら、少し押した分だけ温度が上がる、温度が上がった分の熱が周囲の空気に逃げる、また少し押すと少しだけ温度が上がる、再び熱が周囲に逃げる、を繰り返すことになる。結果として、空気入れは押し込んでいる間は常に、周囲よりほんの少し高い程度の一定温度となる。逆に、気体がゆっくりと膨張する際には熱を吸収しながら、周囲よりほんの少し低い程度の一定温度となる。空気入れを魔法ビンのようなものにも入れない限り、一定の温度で圧縮、膨張する方が日常的には目にしやすいわけだ。上のボイルの法則「 $PV = \text{一定}$ 」には(温度 T 一定)という条件が付いている。つまり「 $PV = \text{一定}$ 」となるのは、気体が周囲と熱のやりとりをしながら、また、熱のやりとりが十分できる程度にゆっくりと圧縮、膨張したときの話なのである。

以上の様に、気体の圧縮、膨張の過程は大別して2種類ある。魔法ビンのように周囲と全く熱のやりとりをしない場合、気体は押した分だけ熱くなり、膨らんだ分だけ冷める。このような過程を「断熱過程」と言う。一方、周囲と熱のやりとりをしながらゆっくりと圧縮、膨張した場合、気体はボイルの法則「 $PV = \text{一定}$ 」に従う。このような過程を「等温過程」と言う。ボイルの法則「 $PV = \text{一定}$ 」をグラフに表すと、良く知られた双曲線となる。この上に断熱過程のグラフを書き加えると、双曲線より幾分傾きのきつい曲線となる。なぜなら、断熱過程の圧縮を考えた場合、等温過程より温度が上がった分だけ圧力も等温過程より上がるからである。摩擦やエネルギー損失が全くない理想的な状況での気体の挙動は、断熱過程か等温過程のどちらかに従っているものと考えられる。PVグラフの上で考えると、気体の状態を表す点は、断熱過程と等温過程、2種類の曲線群の「レール」の上を走り回っていることになる。※ それでは、PVグラフの上で、外部から気体に加えた仕事 W 、あるいは気体が外部に為した仕事 W の大きさはどのように表されるのであろうか。実は、PVグラフ上で気体のたどった経路の下の面積が、仕事 W の大きさを表しているのである。仕事というのは「力 \times 距離」のことであった。これは気体で言えば「圧力 $P \times$ 体積 V 」なので、そのままPVグラフ上の面積となっているわけだ。

さて、ここでの目標であったエントロピー S は、このPVグラフをよくよく眺めることによって見出されるのである。今ここで考えている2つの傾向、

・エネルギーは最後には熱に変わる

・物質は拡散する

を気体にあてはめると、

・温度 T が上がる

・体積 V が増える

となる。この2つの傾向をPVグラフ上で見ると、おおむねグラフの右上方に向かう傾向であることが分かる。実際に、元の状態より以上に気体の温度が上がったり、体積が増えたりするのはどのようなときであらうか。1つは、空気入れの様な装置に摩擦が働き、気体に与えるはずの仕事や、気体から得られるはずの仕事の一部が摩擦熱に転じたときである。いま1つは、気体が膨張する際にピストンや風車などで仕事を受け止めることをせず、いたずらに気体が漏れるに任せたときである。このように、何らかのエネルギー損失があったときに、気体は「2種類のレール」から右上側に外れる振る舞いを示す。気体がちょうど「レール」の上を走るのは、損失が全く無い、最も理想的な場合に限られる。そして、気体は決して「レール」を反対側に、左下側に外れることはない。つまり、気体は可逆過程ではレールの上を走り、不可逆過程では右上側にずれてゆく。

ここまで来ると、探していた指標Sがかなり明らかになってくる。つまり、Sとは気体が「2種類のレール」上を走っているときには本来持っている値より余計に増えることはなく、それよりも右上側に外れた場合には余分に増大するような指標であろう。温度Tが上がるほど指標Sも大きくなる、ということから単純に推測すると、Sとは熱そのもの、つまり $S=(\text{気体が入力した熱量}Q)$ ではないかとのアイデアが浮かぶ。しかし、これでは少々都合が悪い。問題は「レール」が断熱過程と等温過程の2種類あることだ。2種類の異なるレールを選ぶことによって、気体が最終的に同一の状態に達した場合であっても、途中で取り入れた熱量Qは異なる値をとる。そうすると、気体が2種類のレールの上をあちこち動いたときにSの値にずれが生じ、同一の点におけるSの値が一意に定まらなくなってしまう。

ここで、PVグラフ上の2種類のレールによって囲まれたいびつな四辺形の1ユニットに着目してみよう。気体の圧縮を考えたとき、断熱過程→等温過程という上側ルートと、等温過程→断熱過程という下側ルートの2つが存在する。上側ルートで気体が外部に対して発熱した熱量 Q_1 は、下側ルートの発熱量 Q_2 より大きくなっている。それでは、気体がどのように動いても一意となるように指標Sを定めるには、熱量Qをどのように調整すればよいだろうか。断熱過程は外部とは熱のやりとりを行わないので、関係するのは等温過程だけである。等温過程の場合、やりとりした熱量Qは、外部から気体に加えた仕事Wに等しい。仕事Wとは、PVグラフでは等温過程の下の面積であった。上側ルートと下側ルートで熱量Qが及ぼした値の変化が等しくなるように調整するという事は、2つの面積 W_1 と W_2 の重みが等しくなるような因子を探し出す、ということである。その答えはPVグラフを見れば、そのまま出ているであろう。等温過程のグラフの高さ、即ち温度TでWを割ったものである。

かくして、我々は求める指標Sにたどり着いた。エントロピーSとは、熱量Qを温度Tで割った値のことだ。このような指標エントロピーSは、気体が2種類のレール上を移動する限り、PVグラフ上のどこへ行っても一意に定まる。※そして、余計な熱が加わったり、気体から仕事を取り出すことなしに自然に膨張した場合には、確かにエントロピーSの値は元の値よりも増大することになる。実際に気体が膨張、収縮を行うときには必ずしも「いびつな四辺形ユニット」の辺上を通るとは限らない。そのような場合であっても、気体の経路を「ごく小さな四辺形ユニットの連なり」と見なせば、エントロピーSの性質はそのまま適用できるのである。エントロピーの定義で積分が登場するのは、この小さなユニットを経路に沿って足し合わせた、という意味だ。

ここで取り上げた、2種類のレールによって囲まれたいびつな四辺形で表される経路の一巡過程を「カルノーサイクル」と言う。カルノーサイクルは、理論上最大効率のエンジン(逆に回した場合はヒートポンプ)となっている。なぜこれが最大効率なのかというと、過程上のエネルギー損失が0だからである。

さて、以上で得られた指標、エントロピーSが、2:の性質「温度差が平均化されるほど大きくなる」にもあてはまっていることを確認しよう。いま、高温の物体Aと低温の物体Bの温度がそれぞれ T_a 、 T_b だったとしよう。AからBに q だけの熱が移って、最終的に両者の温度が等しくなったとする。このとき物体Aからは熱が出ていったので、エントロピー変化 ΔS_a はマイナスとなる。

$$\Delta S_a = -q/t_1$$

一方物体Bは熱をもらったので ΔS_b はプラスとなる。

$$\Delta S_b = q/t_2$$

AとBの両方を合わせた全体のエントロピー変化 ΔS は、

$$\Delta S = \Delta S_a + \Delta S_b = -q/t_1 + q/t_2$$

ここで全体のエントロピー変化 ΔS がプラスになるかマイナスになるか考えてみよう。物体Aの方が高温ということは $t_1 > t_2$ であるから、分母の小さいプラスが勝って、 ΔS は必ずプラスとなる。仮に ΔS がマイナスになることがあるとしたら、それは $t_1 < t_2$ の時だから「熱が低温から高温に移動したとき」に相当するだろう。エントロピーSがプラスになるとは、要は「熱が高温から低温に移動する」という周知の事実を数式を用いて表現しただけのことに過ぎない。

これで、当初に掲げた3つの性質

- 1: エネルギーが熱に変わるほど大きくなる。
- 2: 温度差が平均化されるほど大きくなる。
- 3: 物質が拡散するほど大きくなる。

を満たす指標エントロピー S が見出されたわけだが、なお幾つかの疑問が残されていることと思う。

疑問1

エネルギー全般の話がいつのまにか理想気体にすり替わっている。

確かに理想気体という特定のケースについて、我々はある指標を見出したのかもしれないが、この指標がもっと他の物質や現象一般にあてはまるという保証が無い。

疑問2

ここで挙げたような気体を圧縮するといった以外の、もっとうまい方法で物質を1つに集めることはできないのだろうか。もしそんなうまい方法があれば、エントロピーという指標は意味を成さなくなってしまう。

疑問1については、残念ながらこの場で完全に答えることはできない。完全に答えるためには、最初に理想気体で導入した概念を、その後他の物質や現象にあてはめていったところ確かに成り立つことが分かってきた、という長いストーリーを語らねばならない。歴史的に見ると、いかにして効率の良い熱機関を作成するかという問題に対するカルノーの考察が最初に登場する。そして、この考察を受けてクラジウスがエントロピーを提唱したのは150年以上も前のことだ。この150年の間に、エントロピーは自然科学の至る所に応用され、少しずつその地位を固めていった。私にはその全てを語ることはできないので、1つだけ、エントロピーという指標は150年以上の間あらゆる現象に対してうまくあてはまってきた、という結果のみをお伝えすることにする。

疑問2について。例えば部屋全体に散らばったコインを集めるとき、部屋の壁をブルドーザーのように圧縮してコインを集めるだろうか。普通の人は1つずつコインを拾い集めることだろう。部屋の壁を圧縮するより1つずつコインを拾った方がトータルの労力は小さい。これと同じように、気体の分子を1つ1つ拾い集めることはできないだろうか。もし、コインと同じように分子1つ1つに対する特別な操作が可能であれば、エントロピーの概念は全く成り立たなくなる。このような疑問を明確に打ち出したのが冒頭で掲げた「Maxwellの悪魔」である。Maxwellの悪魔は本論を通じての主役なので、改めて次の節でご登場願おう。

■ ※

現実の気体はボイル-シャルルの法則と完全には一致しないが、気体が十分に希薄になれば不一致は無視できる程小さくなる。

■ ※

仮想的な「理想気体」より、実際の水の蒸発や結晶の融解の方がより現実的だと思われるかもしれない。しかし、水の蒸発1つとっても、水自体の物性、空気の湿度や性質など、考慮すべき要素はたくさんあって話が複雑になる。物理学では、まず単純な理想化した状況下で本質を探り、そこで得られた

本質を現実の複雑な問題に適用する、という方法を探るのである。そして、この方法は熱力学という学問ではたいへん上手くいつている。

■ ※

ただし、周囲に何も無い状態、つまり真空に対しては全く仕事をせずに膨張するだけである。これを自由膨張と言う。

■ ※

返ってくる力が押し込んだ力と全く同じになるのは、行きと全く逆の経路をたどった場合の話である。空気を入れた後、周囲の温度と同じになるまで冷ました後に膨張させると、返ってくる力は押し込んだときよりも小さくなる。この、冷ますという過程が入ってしまうと行きと帰りは全く同じにはならない。

■ ※

断熱過程と等温過程の過程の複合的な状況もあるだろう。例えば、気体を圧縮した仕事のうち50%が気体の温度を上げ、50%が周囲に逃げていく、といった場合である。このときは、非常に細かい断熱過程と等温過程を50%ずつ、交互に繰り返しているのとらえることができるだろう。

■ ※

エントロピーSのように、複数の変数(例えばP、V)のグラフ上をどのように移動しても一意に定まる値のことを「全微分可能である」と言う。全微分可能とは、言うなれば「一周して元に戻ったとき、上りと下りが等しくなる」ことである。坂の上り下りは全微分可能。向かい風、追い風は(風が渦巻いていることがあるので)全微分可能ではない。

■ ※

熱の移動に関する上記の説明には少々荒削りなところがある。熱が出入りすれば物体の温度 t_1 、 t_2 は変わるはずなのに、上記説明では温度変化が考慮されていない。温度変化を考慮に入れたときの計算は次のようになる。

物体A、Bが熱をやりとりして、最終的に両方の温度が t_0 に落ち着いたとしよう。まず物体Aについて考えよう。物体Aの温度 t_a は、最初 t_1 から出発する。Aからほんのわずかの熱量 dq が出ていくと、Aの温度 t_a はほんの少しだけ下がる。次にまた熱量 dq が出ると、 t_a もまたほんの少し下がる。 dq が出る、 t_a が下がる、を繰り返して最後には温度 t_0 まで下がる。ここで各々の繰り返しについての dq/t_a を全部足し合わせれば、 t_1 から t_0 までのトータルのエントロピー変化 ΔS_a が求められる。この細かく足し合わせる操作は、数学では積分に相当する。物体Aのエントロピー変化は

$$\Delta S_a = \int [t_1 \sim t_0] (dq/T) dT$$

となる。

それではA、B合わせた全体のエントロピー変化 ΔS を求めてみよう。

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_a + \Delta S_b \\ &= \int [t_1 \sim t_0] (dq/T) dT \\ &\quad + \int [t_2 \sim t_0] (dq/T) dT \end{aligned}$$

熱量の変化 dq は温度の関数と考えられる。簡単のため物体A、Bの比熱を一定値Cとすれば $dq = C * dT$ となる。これを用いて

$$\begin{aligned}\Delta S &= \int [t_1 \sim t_0] (C/T) dT + \int [t_2 \sim t_0] (C/T) dT \\ &= C * \ln(t_0/t_1) + C * \ln(t_0/t_2) \\ &= C * \ln(t_0^2/t_1 * t_2)\end{aligned}$$

ここで t_0^2 と $t_1 * t_2$ の大きさを比べると、より均一な温度になっている t_0^2 の方が、温度差のある $t_1 * t_2$ よりも値が大きくなることに気付くだろう。 $(t_0^2/t_1 * t_2) > 1$ だから、結局 $\Delta S > 0$ となる。

再び永久機関の話題に戻ろう。これまで熱というものを漠然と、温度に関連付いたエネルギーとして扱ってきたが、ここではもう一歩進んで熱の本質を考えることにしよう。熱とは一体何なのだろうか。答えは「でたらめな分子運動の集まり」である。このことは、熱が摩擦などの作用によって運動から作り出されるという事実からも推測が付く。例えば、浴槽の水面に起こした大きな波は、やがて小さなさざ波に分かれ、果てには目に見えない程の小さな流れとなり、最後にはこれ以上小さくなりようがない最小の流れ、つまり分子の運動へと転ずる。それでは、逆に小さな分子運動をたくさん集めて、我々にも認識できるほど大きな運動に変えることはできないのだろうか。熱は、いかに小さくとも運動なのである。単に分子運動を集めてきて向きをそろえるだけで、我々は熱からいくらでも利用可能なエネルギーを得ることができるのではないか。分子運動の視点から第二種永久機関が作れないものか、以下に検討してみよう。

気体とは、真空中を飛翔し、互いに衝突し合う分子の集まりである。気温25度における空気の分子の平均速度(酸素と窒素の平均)は秒速約500メートルにも達する。我々が猛烈な勢いの分子に吹き飛ばされずにいるのは、分子運動の向きがばらばらで、ある向きに飛んで行く分子と反対の向きに飛んで行く分子が平均すると互いに打ち消し合うからである。我々自身のように大きな物体は熱運動の嵐の中にあっても静止していられるのだが、分子に比して充分小さな物体は常に猛烈な勢いで振り回されている。そこで、この分子運動を直接受けることができるように、一個の分子で回転するほどの小さな風車を作ったとしよう。この風車を「分子の風」で回そうとすると、困った問題が生ずる。「分子の風」はてんばらばらな向きから吹いてくるので、風車がどっち向きに回転するのか全く予想できないという点だ。風車を右に回そうとする分子風と、左にまわそうとする分子風は平均すると等しくなっている。(平均して左右どちらかに片寄っていれば、それは本当の風が吹いているということになる。)このままでは、風車からエネルギーを取り出すことはできない。なんとかして風車を一方の向きだけに回転させることはできないものだろうか。思い当たるのは自転車の後輪に付いているフリーホイールだ。自転車のペダルを前にこげば前進するが、後ろにこいでも空回りするだろう。あのフリーホイールのうんと小さいものを風車に取り付けば、風車は一方にしか回転しないので、分子運動から利用可能な仕事を取り出せるのではないだろうか。まずはフリーホイールの中身を調べてみよう。フリーホイールは、のこぎりのような非対称な歯のついた歯車と、ばねのついた歯止めの爪から構成されている。歯車が順方向に回転するとき、爪はのこぎりの歯の滑らかな側にあたるので歯車は問題なく回転するのだが、逆方向に回転しようとする、爪はのこぎりの歯の切り立った側にひっかかって歯車の回転を止めてしまう。フリーホイールを順方向に回したときの動きを詳しく追ってみよう。歯車が回ると、爪はのこぎりの歯に押しつけられるので、爪に付いているばねには少しずつエネルギーが蓄えられる。爪はのこぎりの歯のてっぺんを越えるとパチンと下に落ちて、ばねに溜まっていたエネルギーが開放される。このとき開放されたエネルギーはどこに行くのだろうか。ばねのエネルギーは摩擦熱となって、最後には空気中にばらまかれているのだ。もし、ばねに溜まったエネルギーを摩擦の形で捨てることができなければ、爪はいつまでもパチンパチンと跳ね続けることだろう。爪が跳ねてしまうと逆回転も可能となるので、フリーホイールは用を為さない。うんと小さな、分子程度の大きさのフリーホイールは実はこの点に問題がある。大きなフリーホイールであれば、ばねに溜まった余計なエネルギーを熱の形で捨てることのできるのだが、分子程度のフリーホイールには熱というものがなく、周囲には飛び交う分子があるばかりなのである。爪がたまたま遅い分子に当たれば、ばねに溜まったエネルギーが一時的になくなるかもしれないが、速い分子に当たってしまうと爪の跳ね方はいっそう激しくなるだろう。分子の大きさの爪は、分子と同じような熱運動を行なうので結局フリーホイールは機能しない。それでは爪を大きめに作ったら、そんな大きな爪は分子風車で動かすことはできない。爪を動かす力の元も周囲の分子、爪がエネルギーを捨てる先も周囲の分子では、どうあがいてもうまく動くとは思えない。

以上の爪と歯車の仕組みは、一般には「Feynman's Latchet」と呼ばれている。有名な物理学の教科書「ファインマン物理学(日本語版では第二巻、光・熱・波動)」により詳細な説明が載っているの、興味のある方は是非参照されたい。

分子の熱運動を利用して利用可能なエネルギーを取り出そうという考えは、実は統計力学ができた当初から存在していた。本論の冒頭にも掲げた「Maxwellの悪魔」と呼ばれている問題である。Maxwellは統計力学の創始者の一人で、気体分子の速度分布、Maxwell分布で知られている物理学者である。そのMaxwellが1871年に書いた「Theory of heat」という本の中に、次のような架空の小人が登場する。

熱的に外部から遮断された容器の中に気体を入れる。容器の中央には隔壁があって、容器は右の部屋と左の部屋に分かれているものとする。隔壁には1個の気体分子が通れるほどの小さな窓が開いていて、窓には開閉できるように小さな扉がついている。扉はとても軽く作られていて、開閉するのにほとんど仕事を必要としない。この窓のそばに知性を持った小人、「Maxwellの悪魔」がいる。小人は窓に向かって飛んでくる気体分子を観測して、その速さに応じて窓の開閉を行なう。左から右に、速い分子が来たときには扉を開け、遅い分子が来たときは扉を閉じる。反対の右から左には、速い分子が来たときには扉を閉じ、遅い分子が来たときは扉を開く。小人がしていることは力づくで分子を引っ張ってくるわけではなく、扉を開閉しているだけなので特に仕事を必要とはしない。この作業を繰り返すと、右の部屋には速い分子が、左の部屋には遅い分子が次第に集まってくる。速い分子が集まっている部屋は、遅い分子が集まっている部屋に比べて温度が高いということになる。ここで左右の部屋の温度差を利用して通常の熱機関を動かせば、労せずして利用可能なエネルギーを手に入れることができるだろう。

小人という想定はなかなか想像力をかきたてるが、まじめな物理の問題として扱うには少々不都合であろう。もちろん提唱者のMaxwellも小人の存在を頭から信じていたわけではなく、こんな状況を想定した場合「ひょっとすると熱力学に限界があるのかもしれない」という問題を提起したのである。問題を一步現実近づけるため、小人に代わって同様の操作を行なう適当な装置を考案しよう。速い分子を選り分ける装置として最も単純なものは、ばねのついた逆流防止弁であろう。ばねの強さを調整して、速い分子だけが弁を開けられる様にすればよいだろう。遅い分子だけを通す装置はやや複雑だが、やはりばねと扉を組み合わせて作ることができる。装置は分子が来たということを認識する扉Aと、Aが開いたときに閉じる扉Bから構成されている。扉Bは扉Aの先に置かれている。扉Aは普段は閉じているのだが、分子がぶつかると開くようにできている。扉Aを通過した速い分子は扉Bに跳ね返されるのだが、遅い分子が扉Bを通過するときには、扉Bは普段の状態に戻って開いているので、遅い分子だけが通過できるという寸法だ。速い分子だけが通過する弁と、遅い分子だけが通過する扉、どちらの装置も相手がパチンコ玉だったなら正常に動作したであろう。両装置が抱える問題点は、上に挙げたフリーホイールと同様、「装置自身が熱で勝手に動いてしまう」という点にある。分子が装置に当たるとばねの伸縮が開始する。大きなばねだったなら伸縮のエネルギーは熱として拡散するのだが、分子大のばねは静止することがない。ばねを再び静止させるためには、うんと遅い分子をばねに当てて、ばねのエネルギーを吸収しなければならない。すなわち、ばねを冷却しなければならないということだ。ばねを冷却すれば確かに装置は動作するが、これでは温度差のある所で動く熱機関と何ら変わりはない。結局のところ「Maxwellの悪魔」は想像の産物に過ぎず、現実の分子の世界で生きてゆくことはできない。

分子ほどの小さなラチェットやばね仕掛けはしょせん想像の産物に過ぎず、現実味に乏しいかもしれない。ところが驚くべきことに、実際に分子サイズのラチェットを制作した人がいる。ボストン大学のT.Ross Kelly教授は、風車の様な形をした分子に対して、巧妙に爪のような分子を配置し、分子サイズのFeynman's Latchetを合成したのである。風車の様な形をした分子はトリプチセン、爪のような分子は[4]-ヘリセンから構成されている。分子の立体的な大きさの制限から、爪のようなヘリセンの部位は非対称に「ひしゃげて」いる。このため、トリプチセンの右回転と左回転では、フリーホイールのように回転の仕方が異なる。それでは、この分子は熱運動を利用して一方向だけに回転するだろうか。実際に観察したところ、やはり一方向だけに回ることはなかった。Feynman's Latchetが動かないことは、理論だけでなく実験的にも確かめられたのである。

第二種永久機関がうまくゆかない原因は、決して”ばね”にあるわけではない。原因はもっと根本的なところにある。これまで熱運動する粒子として気体分子を考えてきたが、今度は熱運動する電子を考えよう。金属線の中の電子は、電池をつながなくとも、熱によってたえず動いている。非常に敏感な電流計は電線をつなぐだけで針が振れるわけだ。この電流も分子運動と同様に順方向と逆方向が平均して等しいので、電流計の針はプラスに振れたかと思えば次にはマイナスに振れて落ち着かず、平均すると0を示すことになる。ところで、電子回路素子の中には一方通行にしか電流を通さない、ダイオードというものがある。このダイオードを使えば、電流計の針は常にプラスの側に振れるようになるのではないだろうか。これは実験すればすぐに分かることだが、ダイオードをつないでも電流計には何の変化も認められない。このダイオードの話は、上記のフリーホイールを単に電子に置き換えただけに過ぎない。かいつまんで言うと、ダイオードに対して逆電圧がかかる瞬間にわずかながら電流が生じ、その電流は熱に変わっている。最初から熱運動程度の電力しかなければ、逆方向に流れる電流がダイオードによって止められることはない。電子を使おうと特殊な粒子を使おうと、その他いかなる道具だてをしようとも熱運動の向きを勞せずして一方に揃えることは不可能なのだ。

ダイオードが出たついでに、ダイオード・ラジオの話をしよう。ダイオード・ラジオは昔は鉱石ラジオと呼んでいた代物で、手作りでもできる最もシンプルなラジオだ。(本論の読者であれば、実際に組み立てたことのある方も多であろう。)このラジオは電波の力だけで鳴るので電池は不要だ。ラジオを聞いてみればわかることだが、放送局から外れた周波数であってもラジオからは某かの雑音が聞こえてくるであろう。この事情はダイオード・ラジオであっても同じだ。試しにイヤフォンをとって電流計をつないでみると、針は確実にプラスに振れる。周囲に温度差はないし、ラジオを真っ暗な部屋に持っていても鳴り止むことはない。実はこのダイオード・ラジオこそ第二種永久機関なのではないだろうか。はやとちりは禁物である。放送局でなくとも、我々の身の回りには電波の発信源はいくらでもある。スイッチ、モーター、エンジンプラグ、太陽や宇宙の彼方の星さえもが電波を発している。電波に関して言えば、我々の周囲は熱平衡に達しているわけではない。ダイオード・ラジオも電波暗室に持ってゆけば、ピタリと鳴り止むことだろう。これと似たような話に「貝殻の潮騒」が挙げられる。貝殻を耳に当てると、遠い海の潮騒が聞こえてくるというものだ。(幼ない頃、私は本当に海の音が聞こえるのだと信じていた。しかしコップや手のひらからも音が聞こえることを発見して以来、この仮説が誤りであることに気づいたのである。)貝殻から聞こえる音は決して空耳ではない。この貝殻の音のエネルギーを取り出すことは、精密なマイクロフォンを使えば充分可能である。このエネルギーは一体どこからやってくるのだろうか。答えは簡単で、我々の身の回りは決して無音ということではなく、常に何らかの雑音で満たされているということだ。我々は普段この雑音を意識することはないが、貝殻や、その他の適当な物体を耳に近づけると耳の近辺の空間の共振周波数が変化する。すると特定の周波数の雑音が強調されたり、逆に弱められたりして、いつも耳に入ってくる雑音とは違った雑音が「聞こえる」わけだ。(おそらく充分敏感な人はこの方法で”気配”を感じることができるのだらうと思う。)我々の身の回りは完全な熱平衡状態ではない。それゆえ何らかの方法でエネルギーが取り出せたとしても「すわ、第二種永久機関」とってはならない。まず、本当に体系が熱平衡状態に達していたのかを疑うべきである。

この節では分子運動を利用した永久機関を見てきた。これらの永久機関の本質的な部分は「一方通行の装置」である。フリーホイール、逆流防止弁、ダイオード、これら「一方通行の装置」には重要な共通点がある。それは「逆流を防ぐためには装置から発熱しなければならない」ということだ。こういった事情があるので熱運動を揃えるための「一方通行の装置」は実現不可能なのである。装置が発熱することは新たな熱が発生したことであるから、新たなエントロピーが生成されたということになる。(熱を受け取った大気のエントロピーが増大する。)
「一方通行の装置」はエントロピーの法則にのっとっており、エントロピーが生成した分だけ一方通行に動くようにできている。ばらばらの分子運動の向きを一つに揃える作業は、一見すると簡単にできそうなことのようにも思える。しかし、よく検討してみると、実は到底不可能な作業なのである。

第一章 なぜ永久機関は実現不可能なのか

最も確率の高い分布

2006/08/21

これまでに、幾つかの永久機関の例やその他の事例から「エネルギーの流れは本質的に一方通行」であることを強調してきた。ここでは、なぜ一方通行なのか、その理由を探ってみたい。改めて「エネルギーの流れの法則」を挙げると

- 1: エネルギーは最後には熱に変わる
=> 1つにそろっていた運動が、細かくばらばらな分子運動に転ずる。
- 2: 温度差は平均化される
=> 分子運動は均一に入り交じる。
- 3: 物質は拡散する
=> 一カ所に集まっていた分子がまんべんなく一様に散らばる。

感覚的には、これらは全て「ばらばらに、均一に入り交じる」という共通のメカニズムに従っているように思える。先に、エントロピーSという指標があって、エネルギーの一方通行の流れが進行するほどSは確かに増えるのだという話をした。しかし、なぜエントロピーは増えるのか、そのメカニズムについては一切触れていなかった。それでは、エネルギーの流れが一方通行である理由、エントロピーが増大するメカニズムとは何だろうか。一言で言えば次のようになる。

「閉じた系は、放っておけば最も確率の高い状態に移行する。」

「最も確率の高い状態」とは何か。例えばサイコロを立て続けに何十回も転がした場合、1から6までのそれぞれの目が出る回数がほぼ均等になるのが「最も確率の高い状態」であろう。100回連続で1の目が出続ける確率も、理屈の上では決してゼロではない。しかし、そのような事態に遭遇したならば、我々はむしろサイコロがいかさまでないかどうかを疑うであろう。サイコロの目の「最も確率の高い状態」を記述するには、1から6のそれぞれの目に対して実際に出現した回数を記述すればよい。つまり、サイコロの目に対する出現頻度の分布を示せばよいわけだ。サイコロと同様に、温度や物質の拡散についても、無作為に何度も繰り返したときの出現頻度の分布を示すことが「最も確率の高い状態」を表すことになる。ここでは、最も基本となる2つの場合について取り上げる。

1: 気体分子の分布

2: エネルギーの分布

- 1: は、物質が拡散した場合に最もありそうな状態。
 - 2: は、多数の分子や粒子が互いにエネルギーを無作為にやりとりしたときに、最もありそうな状態のことである。
- 1: の結果は大方の直感通り、均等に行き渡っている状態の確率が最も高い。ところが2: の結果の方は、全く均等に行き渡っているわけではない。以下に詳しく見てみよう。

■ 1 : 気体分子の分布

簡単のため、部屋の中に分子が4個だけあったとしよう。分子の位置についても、部屋の右半分にあるか左半分にあるかだけを問題にする。4個の分子A, B, C, Dを左右の部屋に分けることを考えたとき、分配の仕方は全部で16通りある。この16通りの内訳は

右半分: 左半分

0:4 0:ABCD 1通り

1:3 A:BCD B:CDA C:DAB D:ABC 4通り

2:2 AB:CD AC:BD AD:BC BC:AD BD:AC CD:AB 6通り
3:1 ABC:D BCD:A CDA:B DAB:C 4通り
4:0 ABCD:0 1通り

最も場合の数が多いのは、分子が左右2:2に分かれたときの6通りである。全部の場合を合わせると16通りだから、 $6/16 = 0.375$ 。約4割弱の確率で左右均等に分かれる。それに対して、分子が完全に一方の部屋に入るのは2通りだから $2/16 = 0.125$ 。つまり1割強である。

次に、分子の数を10個に増やしてみよう。

右半分:左半分

0:10 1通り
1:9 10通り
2:8 45通り
3:7 120通り
4:6 210通り
5:5 252通り
(以下 右半分>左半分のときは省略)

全部の場合を合わせると1024通りになる。このうち中央からプラスマイナス1の範囲に含まれる場合の数を数えてみよう。左右5:5、ないし4:6の場合を合わせると $252 + 210 * 2 = 672$ 通り。 $672 / 1024 = 0.656$ だから、分子はおよそ6割5分の確率で左右均等にゆきわたるのだといえる。

さらに、分子の数を20個に増やすとどうなるか。

右半分:左半分

0:20 1通り
1:19 20通り
2:18 190通り
3:17 1140通り
4:16 4845通り
5:15 15504通り
6:14 38760通り
7:13 77520通り
8:12 125970通り
9:11 167960通り
10:10 184756通り
(以下 右半分>左半分のときは省略)

全部の場合の数は 1048576通り。そのうち、中央の 10:10 からプラスマイナス2の範囲に含まれているのは

$(125970 * 2 + 167960 * 2 + 184756) / 1048576 = 0.736$
およそ7割の確率でほぼ左右均等に分かれている。

それでは分子の数を100個まで増やすとどうなるか。かいつまんで結果を記すと次の様になる。

右半分:左半分

0:100 1通り

10:90	1.73103E+13	通り
20:80	5.35983E+20	通り
30:70	2.93723E+25	通り
40:60	1.37462E+28	通り
50:50	1.00891E+29	通り
総数	1.26765E+30	通り

中央からプラスマイナス10に含まれる確率 約96%。

以上の結果を並べてみると、分子数が多ければ多いほど均等に行き渡る場合の数が大きくなっていることが分かる。左右均等となる場合の数は、

4個 =>	6通り
10個 =>	252通り
20個 =>	184756通り
100個 =>	1.00891E+29通り

といった具合に増えてゆく。その一方で、全ての分子が片方の部屋に集中している場合は常に1通りでしかない。つまり、分子の数が増えれば増えるほど、左右均等になる場合の数が急激に大きくなってゆくのである。実際の部屋にある分子の数は10の何十乗という莫大な数なのだから、99.9999...%の確率で分子は左右均等に存在していることだろう。

場合の数を数え上げることにはどういった意味があるのだろうか。場合の数は「体系がその状態をとる確率を示している」と考えるのが最も自然であろう。100個の分子が入っている部屋を10回見れば、10回のうち9回は分子数が平均からプラスマイナス10の範囲内に収まっているということだ。ひょっとすると偶然に、10回のうち10回とも分子が右の部屋に集まることがないとは言い切れない。しかしそうなると確率は $(10^{-29})^{10} = 10^{-290}$ (10のマイナス290乗) というとても小さく小さな数だ。何せ確率の問題なので、いかなる場合でも”絶対に0%”とはならないのだが、0.のあとに0が290個もつけば”ほとんど0%”といっても構わないであろう。

以上の様な確率による説明は一応理に適っているし、実験事実にもよく合う。しかし、この「完全に0にはならない」といったあたりに疑念を感じる人はどうやら少なくないようである。99.9999...%の確率で当たる、ということは、逆に言えば0.000...1%の確率で当たらない、ということなのだろうか。サイコロの様な半ば人為的な例ならば均等な確率で出ることが分かっているが、実際の分子には、例えばある特定の配置は起こりにくいといった特殊な事情があるかもしれない。こういった疑念はもっともな話で、実のところ確率を適用する論拠については、未だ完全な解決を見ない難しい問題の1つなのである。確かに疑念を抱くことは大事ではあるが、そればかりに捕らわれていたのでは一步も前に進めない。差し迫った矛盾がないならば一応正しいものと認め、もっと実りのある方向に議論を発展させようではないか。実は、統計力学という学問には、そのようにして成り立っている一面がある。ここでも一抹の疑念をひとまず棚上げにして、確率による解釈を認めることにしよう。

■ 2 : エネルギーの分布

場合の数を数えることによって「なぜ気体分子は部屋一杯に均一に広がるか」という理由を説明することができた。同様の考え方で「なぜエネルギーは均一に行き渡るか」を説明することができる。「気体分子と同じ話なら簡単だ。10個の分子に10カロリーを分配すれば、1分子につき1カロリーずつだ。」こう早合点してはいけない。分子と違って、エネルギーは区別できるものではない。分子Aの持っている1カロリーと分子Bの持っている1カロリーは全く同じものなのである。それゆえ10個の分子が平等に1カロリーずつ持つのはただの1通りと数えなければならない。これは取って付けた庇理屈などではなくて、

実際に分子の持つエネルギーを調べると全く平等にはなっていないのである。それではエネルギーはどのように行き渡るのか、以下で考えてみよう。日常レベルで、エネルギーは連続な量と見なせるのだが、連続量は1通り、2通りと数えることができないので、ここでは”エネルギーの塊”を複数の分子に分配することを考えよう。量子力学によって、エネルギーは連続的な量ではなくて実はごく小さな単位の離散的な量だということが判明している。ここでは難しい話は抜きにして、単に考え方の上でエネルギーを小さな単位の塊と見なすことにしよう。

まず、5個のエネルギー塊を5つの分子に分配することを考えてみよう。5つの分子、A, B, C, D, Eのうち、1個だけがエネルギー塊5個を持ち、残り4個がエネルギー0という場合は5通りである。5つの分子のうち1個がエネルギー塊5個、もう1個がエネルギー塊4個、残り3個がエネルギー0という場合は $5 \times 4 = 20$ 通り。この調子で全ての場合を調べると下記の様になる。

(エネルギー塊が5:4:3:2:1:0の分子数) (場合の数) (全体に占める比率)		
1:0:0:0:0:4	5通り	4.0%
0:1:0:0:1:3	20通り	15.9%
0:0:1:1:0:3	20通り	15.9%
0:0:1:0:2:2	30通り	23.8%
0:0:0:2:1:2	30通り	23.8%
0:0:0:1:3:1	20通り	15.9%
0:0:0:0:5:0	1通り	0.8%
合計		126通り(100.1%)

最も場合の数が多いのは、エネルギー3の分子が1個、1が2個、0が2個の場合と、エネルギー2の分子が2個、1が1個、0が2個の場合である。5つの分子に全く平等にエネルギーが1個ずつ行き渡るのはわずか0.8%の確率でしかない。

もう少し分配の傾向を調べるため、次は8個のエネルギー塊を10個の分子に分配してみよう。

(エネルギー塊が8:7:6:5:4:3:2:1:0の分子数) (場合の数) (全体に占める比率)		
1:0:0:0:0:0:0:9	10通り	0.04%
0:1:0:0:0:0:0:1:8	90通り	0.37%
0:0:1:0:0:0:1:0:8	90通り	0.37%
0:0:0:1:0:1:0:0:8	90通り	0.37%
0:0:0:0:2:0:0:0:8	45通り	0.19%
0:0:1:0:0:0:0:2:7	360通り	1.48%
0:0:0:1:0:0:1:1:7	720通り	2.96%
0:0:0:0:1:1:0:1:7	720通り	2.96%
0:0:0:0:1:0:2:0:7	360通り	1.48%
0:0:0:0:0:2:1:0:7	360通り	1.48%
0:0:0:1:0:0:0:3:6	840通り	3.46%
0:0:0:0:1:0:1:2:6	2520通り	10.37%
0:0:0:0:0:2:0:2:6	1260通り	5.18%
0:0:0:0:0:1:2:1:6	2520通り	10.37%
0:0:0:0:0:0:4:0:6	210通り	0.86%
0:0:0:0:1:0:0:4:5	1260通り	5.18%
0:0:0:0:0:1:1:3:5	5040通り	20.73% *
0:0:0:0:0:0:3:2:5	2520通り	10.37%
0:0:0:0:0:1:0:5:4	1260通り	5.18%

0:0:0:0:0:0:2:4:4	3150通り	12.96%
0:0:0:0:0:0:1:6:3	840通り	3.46%
0:0:0:0:0:0:0:8:2	45通り	0.19%
合計 24310通り		

最も場合の数が多いのは、エネルギー塊を3個、2個、1個、0個持っている分子がそれぞれ1個、1個、3個、5個あるときで、この状態が全体の2割を占めている。

さらに分子数を増やして、今度は16個のエネルギー塊を16個の箱に分配してみよう。

(エネルギー塊が 16:15:14:13:12:11:10:9:8:7:6:5:4:3:2:1:0 の分子数) (場合の数) (全体に占める比率)

0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:2:5:7	17297280	5.7%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:3:4:7	14414400	4.8%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:3:3:8	14414400	4.8%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:1:4:8	10810800	3.6%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:2:4:8	10810800	3.6%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:4:5:6	10090080	3.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:2:6:6	10090080	3.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:2:3:8	7207200	2.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:4:4:7	7207200	2.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:2:2:9	7207200	2.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:3:6:6	6726720	2.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:3:7:5	5765760	1.9%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:5:3:7	5765760	1.9%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:1:5:7	5765760	1.9%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:1:7:6	5765760	1.9%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:3:5:7	5765760	1.9%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:1:6:7	5765760	1.9%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:4:2:8	5405400	1.8%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:2:4:8	5405400	1.8%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:1:1:3:9	4804800	1.6%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:3:2:9	4804800	1.6%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:2:1:3:9	4804800	1.6%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:2:3:9	4804800	1.6%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:2:3:9	4804800	1.6%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:1:5:8	4324320	1.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:1:5:8	4324320	1.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:4:3:8	3603600	1.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:3:4:8	3603600	1.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:0:6:7	2882880	1.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:1:6:7	2882880	1.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:2:7:6	2882880	1.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:1:1:2:10	2882880	1.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:2:6:7	2882880	1.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:4:1:9	2402400	0.8%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:3:2:9	2402400	0.8%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:1:0:4:9	2402400	0.8%

0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:1:4:9	2402400	0.8%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:1:4:9	2402400	0.8%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:1:8:5	2162160	0.7%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:2:8:5	2162160	0.7%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:5:2:8	2162160	0.7%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:1:0:5:8	2162160	0.7%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:2:0:5:8	2162160	0.7%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:2:5:8	2162160	0.7%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:5:6:5	2018016	0.7%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:6:4:6	1681680	0.6%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:3:1:9	1601600	0.5%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:3:0:3:9	1601600	0.5%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:3:3:9	1601600	0.5%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:1:2:1:10	1441440	0.5%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:2:2:1:10	1441440	0.5%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:2:1:2:10	1441440	0.5%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:2:2:10	1441440	0.5%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:2:2:10	1441440	0.5%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:9:4	1201200	0.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:4:1:2:9	1201200	0.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:1:4:9	1201200	0.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:4:2:9	1201200	0.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:2:0:4:9	1201200	0.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:2:4:9	1201200	0.4%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:0:7:6	960960	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:3:1:1:10	960960	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:3:1:10	960960	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:3:1:10	960960	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:1:0:3:10	960960	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:0:1:3:10	960960	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:0:1:3:10	960960	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:1:1:3:10	960960	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:4:8:4	900900	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:4:0:4:8	900900	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:0:7:7	823680	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:0:7:7	823680	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:1:7:7	823680	0.3%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:6:1:8	720720	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:2:0:2:10	720720	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:8:6	720720	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:2:2:10	720720	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:8:6	720720	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:0:6:8	720720	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:0:6:8	720720	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:1:6:8	720720	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:1:1:1:11	524160	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:9:5	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:3:0:10	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:0:1:2:10	480480	0.2%

0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:9:5	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:5:1:9	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:3:0:2:10	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:0:0:3:10	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:1:0:3:10	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:0:0:5:9	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:2:0:3:10	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:0:0:5:9	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:3:2:10	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:1:0:5:9	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:1:5:9	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:2:3:10	480480	0.2%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:7:2:7	411840	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:0:0:4:9	400400	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:8:6	360360	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:0:6:8	360360	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:1:2:0:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:2:0:1:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:0:1:1:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:1:1:1:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:0:2:1:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:1:0:2:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:2:1:1:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:0:2:1:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:2:1:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:1:2:1:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:1:1:2:11	262080	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:5:0:9	240240	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:10:4	240240	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:4:0:10	240240	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:4:1:10	240240	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:0:0:4:10	240240	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:0:0:4:10	240240	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:1:0:4:10	240240	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:10:3	160160	0.1%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:2:1:0:11	131040	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:1:0:0:2:11	131040	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:2:2:0:11	131040	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:2:0:0:2:11	131040	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:0:1:2:11	131040	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:2:0:2:11	131040	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:2:2:11	131040	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:10:4	120120	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:4:2:0:10	120120	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:4:0:10	120120	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:0:0:4:10	120120	0.0%

0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:8:7	102960	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:7:8	102960	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:11:3	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:1:0:1:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:3:1:0:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:3:0:1:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:3:0:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:3:0:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:0:0:3:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:0:0:3:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:3:1:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:1:0:3:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:1:0:3:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:1:3:11	87360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:6:0:9	80080	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:9:6	80080	0.0%
0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:6:9	80080	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:5:0:1:10	48048	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:10:5	48048	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:5:0:10	48048	0.0%
0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:5:10	48048	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:0:2:0:11	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:3:0:11	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:1:1:0:12	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:1:0:0:1:12	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:1:1:0:12	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:1:0:1:12	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:0:0:1:1:12	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:1:0:1:12	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:0:0:1:1:12	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:1:1:1:12	43680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:4:0:0:11	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:11:4	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:1:0:0:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:1:0:1:0:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:2:0:0:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:2:0:1:0:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:1:0:1:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:2:0:0:1:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:0:2:0:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:4:0:11	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:2:1:0:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:0:2:0:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:0:0:0:2:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:1:2:0:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:2:0:1:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:0:0:0:2:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:1:0:0:2:12	21840	0.0%

0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:2:1:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:2:12	21840	0.0%
0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:4:11	21840	0.0%
0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:12	21840	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:8:0:8	12870	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:12:2	10920	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:2:0:0:12	10920	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:0:2:0:12	10920	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:0:0:0:2:12	10920	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:12:3	7280	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:0:0:0:1:12	7280	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:3:0:0:12	7280	0.0%
0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:3:0:12	7280	0.0%
0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:3:12	7280	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:1:0:0:0:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:0:1:0:0:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:0:1:0:0:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:0:0:1:0:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:0:0:0:0:0:1:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:1:1:0:0:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:0:0:1:0:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:1:0:0:0:0:1:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:1:0:1:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:1:0:0:0:1:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:1:13	3360	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:4:0:0:0:12	1820	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:13:2	1680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:2:0:0:0:0:13	1680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:1:0:0:0:13	1680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:0:0:0:1:0:13	1680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:2:0:0:0:13	1680	0.0%
0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:2:0:0:13	1680	0.0%
0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:13	1680	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:14:1	240	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:1:0:0:0:0:0:0:14	240	0.0%
0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:1:0:0:0:0:0:14	240	0.0%
0:0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:1:0:0:0:14	240	0.0%
0:0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:0:14	240	0.0%
0:0:0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:0:14	240	0.0%
0:1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:1:14	240	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:2:0:0:0:0:0:0:14	120	0.0%
1:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:15	16	0.0%
0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:0:16:0	1	0.0%

今度の結果は全体に占める比率の多い順に並べてみた。分布の傾向を見ると”全く平等ということもないが大きく差が開くこともなく、どちらかといえば低エネルギー側にばらついている”というのが結論のようだ。

分子のエネルギー分布を見ているといつも連想してしまうのが”金持ちと貧乏人の分布”だ。分子にエネルギーを分配するという話を、沢山の人にお金をランダムにばらまくとどうなるかという話に置き換えてみよう。ごく一部の極端な金持ちと大多数の貧乏人という状態は革命が起こって長続きしない。かといって真の平等も極めて低い確率でしか実現しない。結局どうなるかといえば、”貧乏人が最も多く、金持ちになるにつれて次第に数が減ってくる”分布が一番ありそうだということになる。単純な場合の数の仮定が世の中の一面にあてはまるのは面白い気がする。

分子やエネルギー塊の数がもっと増えたときのエネルギー分布はどうなるであろうか。先に結論を述べよう。あるエネルギー E_i を持つ分子の数 N_i は、エネルギーの値が大きくなるにつれて指数的に $(1/2, 1/4, 1/8 \dots)$ といった具合に)減少してゆく。

N_i 比例 $\exp(-E_i/kT)$

式中に現われた T は温度のことで、体系の内部エネルギー、ここでは分配した全エネルギーに比例する。 T に付いた係数はボルツマン定数で、 kT の意味は分子1個あたりに換算したエネルギーの平均値だ。上の式は比例の形で書かれているので、適当な係数を付けて等号の形に書き直してみよう。分子の総数を N 、上式の右辺の総計 $\sum [i](\exp(-E_i/kT))$ を Q とおけば

$N_i/N = \exp(-E_i/kT)/Q$

これはボルツマン分布と呼ばれる統計力学の基本となる式である。

ボルツマン分布によって、どんな状態の分子がどれだけあるのかを予測することができる。地球上の空気は高い所ほど薄くなっている。これはボルツマン分布そのもので、位置エネルギーが高い所にある分子ほど数が少なくなっているわけだ。どれ位のスピードの分子がいくつぐらいあるのかを知ることができる。高エネルギーの(化学ポテンシャルの大きな)化合物と低エネルギーの化合物が化学平衡状態にあったとき、どんな物質がどれ位の割合で存在するかを言い当てることもできる。

ボルツマン分布というのは、いわば「最も自然な状態」を表しているのである。沢山の分子が全くランダムにエネルギーをやりとりすれば、非常に高い確率でこの「最も自然な状態」に落ち着くことになる。本節のはじめに、エネルギーは感覚的には「ばらばらに、均一に入り交じる」と述べた。この「均一」の中身を分子レベルに遡って調べると、単一のエネルギーを持った分子が平等に存在しているのではなく、多数の低エネルギー分子と少数の高エネルギー分子が共存している状態だということが明らかになった。自然界に起こる変化の趨勢は、沢山の分子がそれぞれ勝手に振る舞った結果の総合的な現われだったのである。

■ ※

確率というものは、よく考えないととんでもない落とし穴に落ちることがある。

「ある惑星Xの上に宇宙人がいる確率は、いるかいないかの2つに一つだから50%である。」

これが本当だったなら宇宙は宇宙人であふれかえっていることだろう。

確率を調べるときには、個々の選択枝が本当に同じ重さなのかを確かめなければならない。それでは、分子の分配方法は全ての場合が同じぐらいに確からしいのだろうか。分子が1:10に分かれる場合の一通りも、5:5に分かれる場合の一通りも同じ重さだという保証はあるのだろうか。残念ながら絶対確実な保証は無い。例えば10個の分子が縦一列に並んでいて同じ速さで水平方向に往復しているだけだったら、分子のとり状態は0:10と10:0のどちらかしかあり得ない。いつまで待っても左右5:5にはならない。しかし「分子が縦一列」というのは非常に特殊なケースであろう。そういう一部の例外

には目をつぶって、とりあえず「分子は全ての状態を均等に巡る」と考えることにしよう。この考えはあくまでも仮説に過ぎないのだが、実験事実にはよく合っている。

「体系はとり得る全ての状態を均等に巡る」

この仮説は”エルゴード仮説”と呼ばれている。つまりエルゴード仮説とは、長時間平均と位相平均が等しくなる、という仮説のことである。ここでは素直にこの仮説を受け入れることにしよう。

第一章 なぜ永久機関は実現不可能なのか
指数分布の理由

2006/08/21

前節で、エネルギーの最も自然な分布は、ボルツマン分布

$$N_i \text{ 比例 } \exp(-E_i/kT)$$

に従うということを述べた。なぜエネルギーの分布はこのような指数関数となるのだろうか。

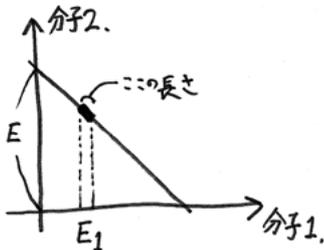
まず、問題を確認しよう。

「多数の分子にエネルギーを配るときに、最も確率が高くなるのはどのように配分したときか」

最初に、問題をうんと単純化して分子が2個の場合を考える。分配すべき全エネルギーをEとしよう。このとき、1個の分子の持つエネルギーがE1となる確率をPr(E1)とすれば

$$\text{Pr}(E_1) = 1/E$$

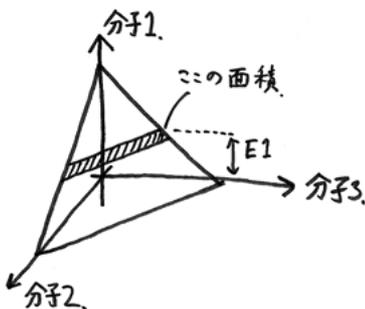
となるであろう。なぜなら、分子の持つエネルギーは0～Eの間で均一だからである。



次に、分子が3個あった場合を考える。3つの分子の持つエネルギーをE1, E2, E3として、この3つをそれぞれX,Y,Z軸にあてはめた(立体の)グラフを書いてみよう。全エネルギー一定という条件は、グラフ上の正三角形の面として表現されている。E1の軸に着目して三角形を見ると、E1がEに近づくほど、それに比例して三角形の切り口の長さが短くなる、つまり確率が下がることがわかる。三角形をE1軸に投影した面積(三角形の切り口の長さの積分)はE^2 / 2であることを考慮すると、求める確率は

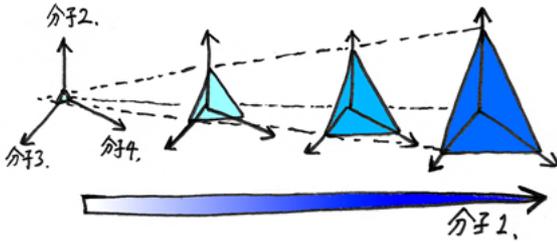
$$\text{Pr}(E_1) = (E - E_1) / \text{三角形の投影面積} = (E - E_1) * 2 / E^2$$

となる。



分子が4個になると、図示するのは難しい。(4次元なので) 上の分子3個で用いた様な図を、4個目の分子が持つエネルギーの大きさ順に並べて想像するしかない。ここでは、着目する分子のエネルギーE1の順に図が並んでいるものとする。全エネルギー一定という条件は、今度は個々の図の正三角形を重ね合わせた三角錐の体積として表現されている。エネルギーがE1であるような切り口の図に着目すると、E1がEに近づくほど、三角形の面積が小さくなる。面積は長さの2乗に比例するので、確率は(E - E1)^2 に比例して小さくなる。三角錐の体積はE^3 / 3となるので、求める確率は

$$\Pr(E_1) = (E - E_1)^2 / \text{三角錐の体積} = (E - E_1)^2 * 3 / E^3$$



ここまで来ると、分子がもっと増えたときの確率の予想が付くだろう。分子がn+1個あった場合の確率は

$$\Pr(E_1) = (E - E_1)^{(n-1)} * n / E^n$$

となる。

(直線の長さ → 三角形の面積 → 三角錐の体積 → 4次元三角錐の体積(?) → ... は、N次の積分を考えればよい)

$$\begin{aligned} \Pr(E_1) &= (E - E_1)^{(n-1)} * n / E^n \\ &= (E - E_1)^{(n-1)} * 1 / E^{(n-1)} * n/E \quad \text{--- 後の項を分けて(n-1)という因子を出した} \\ &= (1 - E_1/E)^{(n-1)} * n/E \end{aligned}$$

ここで、分子数が非常に大きくなったとき $\lim(n \rightarrow \infty)$ を考える。自然対数 e の定義から考えると ※

$$\begin{aligned} \lim(n \rightarrow \infty) [(1 - E_1/E)^{(n-1)} * n/E] \\ = \text{Exp}(-E_1/E) * \lim(n \rightarrow \infty) n/E \end{aligned}$$

ここで全エネルギーを分子数で割った平均値、 E/n を A と置くと、

$$\lim(n \rightarrow \infty) n/E = 1/A$$

これを用いて

$$\text{上式} = \text{Exp}(-E_1/E) * 1/A$$

結果はエネルギー E_1 に対する指数関数となっていることが確認された。

以上が指数分布の理由なのだが、それでも実感が湧かないという方のために数式抜きの説明を付け足そう。例えば人生をハードル越えの連続と見なして、生まれ落ちたときには全員が等しくスタート地点に並んでいるものとしよう。仮にスタート地点に1万人が並んでいたとする。1つ目のハードルを越えるときに、そのうちの半数が脱落するものとしよう。無事ハードルを越えた人数は5000人である。2個目のハードルを越えるときにも、残りの半数が脱落するものとする。すると、2個目を越えた人数は2500人となる。3個目で1250人、4個目で625人、5個目で312(又は313人、割り切れないので)、以下半分の人、半分の人数が残ることになる。この様子を天から眺めれば、1つ目のハードルに残っている人数が最も多く、ハードルの数が増すにつれて徐々に人数が減っていく分布が見えることになる。これがまさしく指数分布である。ハードルの高さは、いわばエネルギーの段差に相当する。人生のたとえを借りるなら、ハードル一段の違いは持てる財産の違いのようなものである。(何とも切ない話ではあるが。) 上の例では1つのハードルで半数が脱落するものとしたが、ここで脱落者の割合を80%、90%といった具合に低く抑え、その代わりハードルの数をたくさんに増やす。その極限として、スタート地点の人数が最も多く、スタートから離れるに従って人数が漸次減少するような分布となるのである。

■ ※ 自然対数の定義は・・・

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n$$

自然対数を底とする指数関数は

$\text{Exp}(a)$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^N$$

ここで $an = N$ と置いて、 $N \rightarrow \infty$ を考えると

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} (1 + 1/(N/a))^N$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} (1 + a/N)^N$$

この式の形と上の式を見比べてみよう。

■ ※

ここに述べた内容は、いわゆる教科書的な導出ではなく、直感的に把握するための方法である。大抵の教科書には「ラグランジュの未定乗数法」と「スターリングの公式」を用いた導出が示されている。私も教科書流の方が正道と思う。ただ、私自身のことを申し上げますと、教科書の数式を追ってみて正しいことは分かって、それで納得した気にはなれなかった。それゆえ、ここでは私自身が納得した直感的方法を挙げることにした。興味のある方は、正統な統計力学の教科書を参照して欲しい。

第一章 なぜ永久機関は実現不可能なのか エントロピー、分子からの解釈

2006/08/21

前節で、エネルギーの流れの落ち着く先は、最も確率の高い状態であることを述べた。確率という考え方は理論上は便利だが、実際に1つ1つの分子の状態の状態に立ち返って場合の数を数え上げることは困難である。前節で取り上げた単純な気体程度ならまだしも、少し複雑な系、複数の相が混在する場合や化学反応を含む場合などは一筋縄ではゆかないであろう。我々が直接観測できるのは体積、温度、圧力といったようなマクロな量であって、分子スケールの場合の数は直接見えるわけではない。※

それでは、多少間接的であっても体系の持つ場合の数を求める方法はないものだろうか。賢明な読者は既にお気づきであろう。変化の向きを示す指標、エントロピーこそが体系の持つ場合の数を表しているのである。エントロピーは変化の進行につれて増大する量であり、また、変化は分子スケールの場合の数が大きい(確率の高い)状態に向うので、両者が一致するのは自然なことであろう。出入りした熱量と温度を調べれば、いちいち分子にまで遡らなくても場合の数を求めることができる。このことは「熱力学の勝利」と呼べるほど重要な発見だと私は思う。それでは、熱と温度がどのようにして場合の数と関連しているのか、以下で調べてみよう。

ここでは最も単純な、分子が1個だけの理想気体についての、次の考察から出発しよう。

「ある部屋の中に1個の気体分子を配置する方法の数は、部屋の広さに比例する」※

仮に、ある部屋の中に分子を配置する方法がN通りだとすれば、部屋の大きさを2倍に広げたときの配置方法も2倍の2N通りになる。次に、部屋を2倍の大きさに広げる為には、気体にどれ程の熱量を加えればよいのかを考えてみる。ここでは部屋が大きくなっても温度が変わらない、等温過程を基に考えるのが妥当であろう。(断熱過程では部屋が大きくなったときに温度が下がるので、変化の前後での比較の条件が同等ではない。) 等温過程において、気体の体積がV1からV2まで変化したとき、気体が外部に為す仕事Eは

$$E = \int [V1 \sim V2] (P) dV$$

圧力Pは体積Vの関数で、気体が圧縮されるほど圧力は高くなる。すなわち

$$P = RT/V \quad (R \text{は気体定数})$$

の関係を用いて

$$\begin{aligned} E &= \int [V1 \sim V2] (RT/V) dV \\ &= RT * \ln(V2) - RT * \ln(V1) \\ &= RT * \ln(V2/V1) \end{aligned}$$

これは分子1モルあたりの仕事である。分子1個あたりの仕事eは上式のRをアボガドロ数N0で割って

$$\begin{aligned} e &= (R/N0) T * \ln(V2/V1) \\ &= kT * \ln(V2/V1) \end{aligned}$$

(k: ボルツマン定数はRをアボガドロ数N0で割ったもの)

気体を等温過程で膨張させたときには、気体はeに等しいだけの熱量qを外部から吸収している。例えば気体分子1個のとり場合の数を2倍にするには、熱量 $q = kT * \ln(2)$ を外部から加えればよいことになる。上の式から、体系に加える熱量と場合の数の関係が読み取れる。まず第一に、熱量qは場合の数そのものではなく、場合の数の対数に比例すること。第二に、熱量qだけでなく温度Tも関係することである。場合の数をWと置いて、熱に関連する項を左辺に集めると

$$q/T = k * \ln(W)$$

となる。左辺の q/T とは、前に定義したエントロピーそのものである。実は、エントロピー q/T というマクロな量は、ミクロに見た場合の数(の対数)を表していたのである。我々は先に、エネルギーがエントロピー q/T が増大する向きに流れることを見てきた。そしてエネルギーの流れが一方通行なのは、場合の数が最も多い状態が最も実現する確率が高いからだという理由を見い出した。いまここで、なぜエントロピーは増えるのかという理由が明らかになったことと思う。エントロピーが増えるということは、体系のとり得る場合の数が増えることと同一のことだったのである。ここで改めて、分子スケールの場合の数からエントロピー S を定義し直すと

$$S = k * \ln(W)$$

となる。これが「ボルツマンの関係式」と呼ばれる、ミクロな立場からのエントロピーの定義である。

■
上では部屋の広さ、気体の場合はその体積が体系の取り得る場合の数と比例していることから、エントロピーが場合の数と等価であることを導いた。確かに、気体の等温膨張については「熱量 $q \rightarrow$ 体積 $V \rightarrow$ 場合の数 W 」という橋渡しができる。しかし、世に数ある物体は必ずしも加えた熱量に比例して膨張するとは限らない。気体の場合であっても、体積が変わらないような堅固な部屋の中に入っていたとしたら、上の論法が成り立っているのかどうか分からない。体積の膨張がともなわない状況であっても、加えた熱量と場合の数の関係を調べることはできないだろうか。熱を加えても体積変化が無かった場合、加えた熱エネルギーは対象物を構成する分子の運動エネルギーに転換されている。加えた熱エネルギーが多ければ多いほど、エネルギーを分子に配分する方法の数も増えるであろう。つまり体系のとり得る場合の数は、分子が激しく運動しているほど大きくなるという予想が成り立つ。そこで、実際の空間の広さの代わりに、分子の速度で表される「仮想的な空間」の広さを考えることにする。

「仮想的な空間」とはどのようなものか。実際の空間の場合、場合の数は多数の分子の位置座標(X, Y, Z)の配置によって表すことができる。これと同様に、多数の分子の速度(V_x, V_y, V_z)の配置によって場合の数を表すことができるであろう。この、3次元座標上に多数の分子の速度をプロットした仮想的な空間を「速度空間」と呼ぶことにしよう。体系の持つ場合の数は、実際の空間の広さに比例するのと同様に、速度空間の広さにも比例している。もし速度空間の体積が、気体の体積と同じように加えた熱量に比例して膨張するのであれば、エントロピーという指標は膨張する気体だけでなく熱運動する分子一般に適用できることになるだろう。この考えに基づいて、以下、熱を加えたときに速度空間がどのように広がるかを調べることにする。

速度空間の広さを求める際の第一の困難は、境界面があいまいなことである。実際の空間の広がりがある明確な境界面を持つのに対し、速度空間での分子の分布は球状に、外側に行くほど徐々に薄まっている。このような速度空間上で、分子の分布する「広さ」はどのように計るのだろうか。球の中心からどれほど離れても薄くなるだけで0にはならないのだから、単純に球の半径を求めるわけにはいかない。そこで、分子の分布密度が濃い場所ほど大きく、薄い場所ほど小さく見積もって、全空間の濃度を足し合わせた値を分子が動き回ることができる広さと考え。つまり、分子の分布密度を全空間に渡って積分した値を「広さ」と考えるのである。分子の分布は球状に広がっているので、直行座標より極座標の方が扱いやすい。分子の速度、空間上では中心からの距離に対する分布密度はどのようになっているのだろうか。分子の運動エネルギーは先に示した指数的な分布、ボルツマン分布に従っている。運動エネルギーは速度の2乗に比例するから、分子の分布 H は

$$H(v) \text{ 比例 } \exp(-E) = \exp(-mv^2/2)$$

に比例する。ところで、空間の広さは球の半径の2乗に比例している。別の言い方をすれば、極座標を直角座標に戻すには、半径の2乗の重みを加える必要がある。なので、直角座標上での分子の速度分布は、指数関数に2乗の重みを掛け合わせた形となる。

$$H(v) \text{ 比例 } v^2 * \exp(-mv^2/2)$$

これは Maxwell の速度分布と呼ばれている。安直にボルツマン分布だけを考えたなら、速度が 0 であるような分子が最も多いことになってしまうのだが、それはおかしな話であろう。実際には速度が大きい方が球の表面積、つまり動き回れる範囲が広がるので、より多くの場合の数が確保できるのである。その一方で、全ての分子の持つ運動エネルギーを無尽蔵に増やすこともできない。結果として、速度分布のグラフはほどよい半径にピークを持つことになる。※

さて、いま調べたかったことは、外部から熱エネルギーを加えたときに、この速度分布がどのように「広がるか」であった。分布の広がり方を見るために、ただ 1 個の分子にエネルギーが加わったときの状況を考えてみよう。速度空間上で、1 個の分子が動き回ることでできる範囲は、半径が分子速度であるような球面上である。このとき 1 個の分子の持つ空間の広さは、球の表面積と考えればよい。ここで、分子に外部から熱エネルギーを加えたとすれば、加わったエネルギーは全て運動エネルギーとなるので（そのように単純化した状況を考えているので）、球の半径が増すことになる。球の半径は分子の速度 v に比例する。エネルギー E は速度 v の 2 乗に比例し、球の表面積 H もまた半径の 2 乗に比例するから、結局のところ球の表面積はエネルギー E そのものに比例していることになる。

E 比例 v^2
 H 比例 v^2
従って H 比例 E

これで、1 個の分子については、加えた熱量に比例して速度空間が広がることが確かめられた。

次に、分子の数を増やした場合について速度空間の広がり方を確認したいのだが、実のところ、広がり方の傾向は分子 1 個のときと同様なのである。というのは、1 個の分子で考えた 1 つの球面を、複数の分子では多層の、たまねぎのように重なった球面に置き換えるだけだからである。沢山の分子のボルツマン分布が、全エネルギーによってどのように変化するかを確認しよう。先に紹介した以下の式から出発する。

$$B(E) = \text{Exp}(-E/E) * n/E$$

全エネルギー E が増えると、 Exp の減衰は小さくなってグラフが横に伸びる一方、全体の高さは低くなる。気体の分子数は変化しないので、グラフの下の面積は変化しない。（そもそも面積が変化しないように分布を作ったのである。）

積分 $[E]$ $B(E) = \text{const.}$

速度空間の広さは、球の表面積が半径の 2 乗に比例することから、上式の分布に v^2 を掛け合わせたものである。

$$\text{広さ} \propto \int [E] \{ v^2 * \text{Exp}(-E/E) * n/E \}$$
$$= v^2 * \text{const.}$$

v^2 の項は運動エネルギーに比例するので、結局広さは E に比例する。

上式
 $= E * \text{const.}$

つまるところ、空間の広さが速度の 2 乗に比例することから、広さはエネルギー E に比例することが言えるのである。

さて、説明が長くなったが、まとめると次のようになる。

- 1: 体系に熱エネルギーを加える。
- 2: 体系の取り得る「広さ」が広がる。
「広さ」とは、次の 2 つのいずれかのことを指す。

- a. 実際の空間 = 気体の体積
- b. 仮想的な空間 = 分子速度分布の広がり

3: 「広さ」に比例して、体系の取り得る場合の数が増大する。

こうして、体系の持つ場合の数は、加えた熱エネルギーを積算することによって間接的に知ることができるのである。

実際の空間＝気体の体積と、仮想的な空間＝分子速度分布の広がりとは、相補的な関係にある。例えば、断熱過程で気体を圧縮すれば、体積が縮んだ分だけ分子の速度が広がる。逆に分子速度分布の広がりを縮めるには、断熱過程で気体を膨張させる。膨張にともなって気体の温度が下がるので、分子の速度が落ちて分布の広がりも小さくなる。つまり、断熱過程において、実際の空間＋仮想的な空間を合わせた気体の「仮想的な体積」は変化しないのである。こうなると、場合の数とは「実際の空間＋仮想的な空間を合わせたような、一般的な空間の体積」なのだというアイデアが浮かぶであろう。このような視点から、エントロピーとは「一般的な空間の体積の対数」である、とするのが最も現代的な定義である。「一般的な空間」とは何かについては、後の節で改めて述べることにしよう。

物理学の中で、熱や温度に関する分野を熱力学と言う。蒸気機関が産業に利用されるようになった19世紀、「どうやったら効率のよい蒸気機関ができるだろうか」という研究から熱力学はスタートした。その後、分子の存在が明らかになると、今度は熱、温度といったマクロな量を分子運動にまで遡って究明しようという研究が為された。これが統計力学である。このような歴史の順番があったので、エントロピーには熱力学と統計力学の2つの顔ができたのである。熱力学と統計力学を対比する以下の様になる。

[]	[[熱力学]]	[[統計力学]]
見方:	日常のスケール、マクロ	分子のスケール、ミクロ
扱う量:	熱量、温度、圧力など	分子の位置、運動量
方法:	エネルギーの出入りを調べる	場合の数を数える
エントロピー:	q/T	$k \ln(W)$

■ ※

近年のナノテクの進歩は分子スケールが直接観測できるところまで来ているが、マクロな量の方が観測し易いということに変わりはない。

■ ※

実のところ、部屋の中の空間が連続ならば分子を配置する方法は無限にあるので、場合の数が考えられるのかどうか少々疑問が残る。ここでは問題に深入りせず、この主張を前提として認めることにする。どうしても納得できないのであれば、量子力学を持ち出して、場合の数は物理的に有限になる、ということで満足して頂きたい。

■ ※

場合によっては、 v^2 の項を掛け合わせない $\text{Exp}(-mv^2/2)$ の項だけを Maxwell の速度分布と呼ぶこともある。

エントロピーとは、分子運動にまで遡って考えると「体系の持つ場合の数の対数」ということであった。あるいは「分子が取り得る仮想的な空間の広さの対数」と言い換えてもよい。式で表せば

$$S = k * \ln(W)$$

ここで、Wは「体系の持つ場合の数」、あるいは「分子が取り得る仮想的な空間の広さ」のことである。この式は、前節に示したように気体の等温膨張から導かれたものだが、やはり「数式をいじっている間に降って湧いた」感をぬぐいきれないものと思う。場合の数Wの方は(その解釈は難しいものの)さておき、なぜlnという演算が付くのか理解に苦しむ。ここでは「なぜ対数なのか」に焦点をあててエントロピーの定義式の解釈を試みよう。

そもそも対数とは何であったかという「掛け算を足し算に直す」演算のことであった。

$$\ln(A * B) = \ln A + \ln B$$

エントロピーにおいても、この「掛け算と足し算の間の橋渡し」という性質が大きな意味を持つ。その心は次の通りである。

体積、分子数、エネルギーなどは足し算で増えるが、場合の数は掛け算で増える。

いまここに、2つの独立な体系A, Bがあったとしよう。AとBを合わせたとき、その体積は $V_A + V_B$ 、分子数も $N_A + N_B$ 、エネルギーも $E_A + E_B$ となる。ところが、体系の持つ場合の数は足し算にはならない。Aの場合の数が W_A 通り、Bの場合の数が W_B 通りだったとすれば、A, B2つを合わせたときの場合の数は $W_A * W_B$ という掛け算になる。ここで場合の数を直接扱うのではなく、あらかじめ $S = \ln(W)$ という量に直しておけば、A, B2つを合わせたときのSは

$$\ln(W_A * W_B) = \ln(W_A) + \ln(W_B)$$

という足し算で扱うことができるのだ。(比例定数kは省いてある)

いま、全く同様の2つの体系AとBの持つ全エネルギーがEだったとしよう。

$$E = E_A + E_B$$

ここで、2つの体系を合わせたときの場合の数が最も大きくなるのはどのようなときであろうか。2つの体系を合わせたときの場合の数は

$$S = \ln W_A + \ln W_B = \ln(W_A * W_B)$$

つまり、この問題は2つの値A, Bの和が一定のとき、2つの値の積 $A * B$ を最大にせよ、という問題と同じである。長さ一定のロープで長方形を作ったとき、面積を最大にするのはどのような場合だろうか。答えは正方形のとき、つまり $A = B$ のときである。これが何を表しているかという、体系の持つエネルギー $E_A = E_B$ となるときが最も場合の数が多い、即ち、2つの体系の温度は放っておけば等しくなることを表しているのである。

ところで、前の節には「体系の持つ場合の数は部屋の体積に比例する」、あるいは「仮想的な速度空間の広さに比例する」とあった。しかし上には「場合の数は掛け算で増える」とある。この2つは食い違ってないだろうか。ともすると勘違いしやすいのだが、この2つは違う状況を指しているのである。前者の、部屋の体積を問題にしていたときは、例えば「1個の分子の動き回る範囲が2倍になる」という状況を想定していた。一方、後者では体系自体がそっくりそのまま増える、つまり「2個の分子と2倍の広さの部

屋」を想定している。このように、場合の数の数え方というものには何かと落とし穴が多い。よく条件を確認しないと、一見正しそうで実は全く違った答を返すことがある。私感だが、高度な数式の変形より、場合の数を正しく見抜く方が難しく、奥深いとさえ思う。

場合の数とは、組み合わせの問題に見られるように、個々の要素の持つ値の掛け算で増えてゆく。例えば、メインディッシュがビーフ、チキン、魚の3通り、ワインが赤と白の2通りあったなら、食事の選択肢は 3×2 の6通りとなる。このように掛け算で増えてゆく値を、普通に足し算で増えてゆく値、体積、分子数、エネルギーなどに対応付けるのが対数という演算だったのである。エントロピーの定義式が「なぜ対数なのか」は、つまるところ「場合の数とは掛け算で増える」ものだからである。

■ ※

対数は日常的に使うことも少なく、今ひとつ馴染みの薄い関数かもしれない。気体の等温膨張とは、つまるところ次の積分によって表される。

$$\int 1/x = \log x$$

上式は基本的な公式ではあるが、その意味を直感的に把握するのは難しい。対数のイメージ把握は「感覚の慣れ」について思い描くのが良いだろう。例えば音の信号の大きさに対する人の感じ方は、直線的に比例しない。人の耳が大きな音に対して慣れてゆくので、音の信号の大きさを2倍にしても、感じ方は2倍にまで達しないのである。仮に基準となる音の大きさが1であったなら、2倍にしたときの感じ方は+1ではなく、その時点での音の大きさに反比例する。つまり2倍にしたときは $+1/2$ で、感じ方は1.5倍に過ぎない。2倍から3倍に増えたときの感じ方は $+1/3$ で、 $1 + 1/2 + 1/3 =$ 約 1.8倍。3倍から4倍に増えたときの感じ方は $+1/4$ で、 $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 =$ 約 2.1倍となる。このように「慣れ」を伴いつつ、先に行くほど増え方が鈍ってゆく関係が、即ち対数なのである。また、対数的な慣れによる価値の付け方のことを、経済では「限界効用理論」と呼んでいる。一杯目のビールは2杯目のビールよりも価値が高い、飢え→満腹の違いは、満腹→美味の違いよりもずっと大きい、というわけだ。

■ ※ 対数の微分

$$\lim_{h \rightarrow 0} (\log(x+h) - \log(x)) / h$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 1/h \log((x+h)/x)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 1/h \log(1 + h/x)$$

ここで $h/x = t$ と置いて $h = xt$ とすれば $h \rightarrow 0$ のとき、 $t \rightarrow 0$ なので

$$= \lim_{t \rightarrow 0} 1/xt \log(1 + t)$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} 1/x \log(1 + t)^{(1/t)}$$

$$= 1/x \log(\lim_{t \rightarrow 0} (1 + t)^{(1/t)})$$

ここで $\lim_{t \rightarrow 0} (1 + t)^{(1/t)}$ という値を調べると、実は e という数になっている。この e という数を底にとれば

$$\log e = 1$$

となって都合がよい。

熱と仕事の違いとは何であろうか。日常の感覚からすれば、これは愚問に思えるかもしれない。熱とは暑さ寒さのことであるし、仕事はどれだけ力を使ったかのことだからである。しかし、この当たり前の事実も分子の大きさで眺めると、それほど当たり前とは言えなくなってくる。熱というのはでたらめな分子運動の集まりである。物体に仕事を加えた結果も運動なのだから、両者は本質的には同じものである。一つの違いは、仕事は目に見える大きさだが、熱運動は非常に小さく目に見えないという点だろう。ならば(非常に小さい仕事) = (熱)といえるのだろうか。そうではない。熱と仕事の間には、大きさ以外にもっと決定的な違いがある。その違いとは「仕事は出方がわかっているので直接利用可能だが、熱運動は全くのでたらめで直接利用できない」ということである。

前の節で「ばらばらな熱運動の向きをそろえる方法」を考えて、それは不可能だということ述べた。気体分子一個で回転するような風車を作ったとしても、右に回るか左に回るかわからないのでは役に立たない。しかし、仮に飛んでくる分子の向きがあらかじめ予言できたとしたら話は違う。その場合、分子の風車は充分役に立つことになる。例えば、分子がいつも右、左、右、左と交互に飛んでくるのなら、それに合わせて風車の向きを前後前後と入れ替えればよい。家庭用電源にも使われている交流電流は、+-の向きが常に入れ替わっているが、入れ替わりが規則的に行なわれているので電源としての利用価値がある。もし規則がもっと複雑で、右2回の後左3回とか、右4左2右3左5を繰り返す等だったとしても、とにかく次に飛んでくる分子の出方さえわかっていたら、何らかの手段を構じて分子運動のエネルギーを取り出すことができるであろう。最も極端な話、全ての分子の位置と運動量があらかじめ分かっていたならば、これから飛んでくる分子の向きを全て予言できるので、分子運動のエネルギーをほとんどまで利用することが可能となる。同じ分子運動の集まりであっても、知っていれば利用可能であり、何も知らなければ利用不可能なのである。「利用可能か不可能か」の違いは、対象である分子集団の状態で決まるのではなく、利用者が「知っているか知らないか」によって決まることなのである。熱と仕事の本質的な違いはここにある。利用する者、あるいは観測者を抜きにすれば、熱と仕事は同一のものだ。同一の運動量であってもその出方を、つまりある時刻における向きと大きさを、観測者が知っている場合は仕事、観測者が知らない場合は熱ということになる。ともすると、2人の観測者のうち一方は知っていて他方は知らないという状況があるかもしれない。このときには同じものが一方にとっては仕事で他方には熱ということになる。観測者によって内容が異なるという状況は「誰が見ても同様に明らか」という学問の姿勢にとってはやっかいな問題で、できることなら避けて通りたいところではある。確かに理屈の上では観測者によって内容が異なるのかもしれないが、現実的にそれが問題となることはほとんど無かった。というのは、従来のテクノロジーでは一つ一つの分子運動を追って仕事に変換するなどというのは夢物語に過ぎず、熱は誰が見ても熱以外のものにはなり得なかったのである。しかし、今日のテクノロジーは観測者の問題を無視できないところにまで達しつつあると思う。これまで一部の理屈屋だけがこだわり続けてきた問題を、現実の問題として受け止め直す日もそう遠くはないであろう。「熱と仕事の違いは観測者の知識によって左右される主観的なものなのか？」この問題は現在でも完全な解決を見た(一致した公式見解が出ている)わけではない。本論では「観測者の知識によって左右される」のだという見解をとって、議論を進めることにする。

「知っていれば利用可能、知らなければ利用不可能」感覚的には理解しやすい話である。例えば風の利用することを考えた場合、あちこちから気まぐれに吹かれるより決まった方向から吹いてくれた方が利用価値は高い。ところで、たいていの実際の風車には、風の吹いてくる方向に向きを合わせる仕掛けがついている。仕掛けといっても要は風見鳥の応用で、自由に向きを変えられる風車の後ろに羽根がついているだけの単純なものだ。この「風見鳥型風車」を使えば、どんなに風の向きが乱れても取り出されるエネルギーは変わらないのだろうか。そうではない。たとえ風車の向きが自動的に変わる仕掛けがあっても、やはり風向きが安定していた方が乱れていた場合よりも多くのエネルギーを取り出すことができる。風向きが変わったとき、一番最初の風力はまず風車の向きを変えることに使われる。実際にエネルギーとして利用されるのは「二番目以降の風」なのである。風の向きがめまぐるしく変化したな

らば、風力は風車の向きを変えることにのみ費やされてしまい、それ以上にエネルギーを取り出すことはできなくなってしまう。自然の風はそう四六時中向きを変えるわけでもないので「風見鳥型風車」でも十分に仕事を取り出すことができる。しかし、どんなに「風見鳥」ががんばっても仕事を取り出すことができない「風」もある。それは全くでたらめな方向から吹いてくる「分子の熱運動の風」である。ある方向から分子が一個飛んできて風車の向きを変えたとしても、次にくる分子は全く別の方から飛んできてくるので仕事の足しにはならない。風車で仕事を取り出そうとすれば、最低2個以上の分子が連続して同じ向きから飛んできてくる必要がある。風車の向きを決定すること、すなわち飛んできてくる分子の向きを予測することはただでできるわけではなく、「最初の分子一個分の」エネルギーを必要とするのである。

「情報」と仕事の関係を最初に詳しく論じたのはシラードという人物である。彼の提唱したモデルは先のマックスウエルの悪魔の弟分ということで、「シラードの悪魔」として知られている。以下に、このシラードの悪魔を紹介しよう。(1929)シラードは話を単純化するために、気体分子が一個だけの場合を考えた。いま、箱の中に気体分子が一個だけ入っているものとする。気体分子は熱運動で箱の中を飛び回っており、分子の運動エネルギー(+ポテンシャルエネルギー)の平均が気体の温度に相当している。箱の壁は魔法瓶のような断熱壁でできているのではなく、外と熱量をやり取りすることができる等温壁から成るものとする。つまり、気体分子は箱の壁の熱運動を通じて外部とエネルギーのやり取りが行なえる。ある瞬間にこの箱の中央に隔壁を入れると、気体分子は2つに分れた空間のどちらか一方に入る。分子の入っていない空間は真空と同じである。たとえ分子一個であっても気体は真空に向かって膨張しようとするので、隔壁は気体の圧力を受けて真空の側へと押される。この隔壁を押す力は仕事として取り出すことができる。隔壁が部屋の隅まで押しきられて仕事を取り出し終えたならば、隔壁を抜き去って最初の状態に戻す。始めに戻ったところで、また隔壁を箱の中央に入れれば繰り返し何度でも仕事を取り出すことができる。隔壁を押すのに使われたエネルギーは気体分子の運動エネルギーだが、分子は箱の壁から熱という形でエネルギーを受け取っているので、エネルギーが尽きることはない。隔壁を入れたり出したりするのにわずかばかりのエネルギーを使うかもしれないが、ここでのエネルギーロスに原理的な下限はないのでいくらでも小さく抑えることができる。結局、以上の操作によって箱の外の熱を利用可能な仕事に変換したことになる。

ところが、この仕掛けには一つどうしても避けられない問題がある。それは、隔壁を入れた際に分子が2つに分れた空間のどちらに入ったのかわからないということだ。これは「分子が右から飛んできてくるか左から来るのか」分らないのと同じで、本質的な解決にはなっていない。ただ、シラードの考えたこのモデルの一步進んだ点は、「わからなさ」を定量的なエネルギーに換算できるところにある。もし分子が右にあるのか左なのか分かったとしたら、この装置から取り出すことができる仕事 W は、気体の体積が2倍に膨張したのと同じ考え方で $W = kT * \ln(2)$ となる。つまり、「右か左か」二者択一の情報は $kT * \ln(2)$ のエネルギーに相当するだけの価値があるというわけだ。シラードは、情報を無償で手に入れることは不可能で、相応の仕事を投じなければならないのだと考えた。分子がどこにあるのかを見極めるには測定を行なう必要がある。この測定には必ずエネルギーの代価がかかる。

最も単純な測定方法は「見る」ことだが、これについてブリルアンという人が次のような考察を加えている。(1956)物体を「見る」ためには対象に光を当てなければならない。光のエネルギーはいくらでも小さくできるわけではなく、下限が存在する。なぜなら、温度 T の下に置かれた物体は、その温度と平衡な電磁波(光)を放出するからである。上の装置では、装置の壁や分子は全て温度 T なので、装置内は温度 T の明るさの光で一様に満たされていることになる。この中から分子を見つけ出そうとすれば、箱の中を満たしている光以上の強さの光を当てなければならない。すなわち、測定のための光のエネルギー $h\nu$ は、辺りに満ちている光の平均エネルギー kT よりも大きくなければならない。

$$h\nu > kT$$

測定に用いられた光は分子を照らし出した後に、「悪魔の目」=測定機に捕えられる。測定機に信号を伝えた後はもうないので、光のエネルギーはここで熱として破棄される。改めて装置全体のエネルギー収支を考えると、測定によって熱に変わる光のエネルギーが kT 、気体の膨張によって熱から得ら

れる仕事は $kT \cdot \ln(2) = 0.7kT$ だから、収支決算はマイナスで結局熱を仕事に変換することはできないのである。

上の「悪魔が分子を見る」という説明は、およそ四半世紀の長きに渡って普及していた。(私の手持ちの、多少古い教科書にもそのように書かれている。)しかしその後、光を全く使わずに、それどころか、測定のプロセスに全くエネルギーを消費せずに分子の位置を言い当てる方法を考案した人が現れた。C. ベネットという人である。ベネットは直接可逆的に分子の圧力を測る方法、いわば「手探りで」分子を観測する方法によって、測定には必ずしもエネルギー消費が必要でないことを示したのである。(1982) 以下にベネットの考案した装置の図を掲げる。

(ここに図が入る)

分子を観測する方法には、気体の可逆的な圧縮を利用している。圧縮したときに、圧力のかかっている箱の方に分子が入っていることが判明する。一見すると気体の圧縮にはエネルギー消費を要するようにも思えるが、圧縮に要した仕事は気体が膨張する過程で取り返すことができる。圧縮、膨張を十分ゆっくりと、可逆的に行えばエネルギーの損失はいくらでも小さく押さえることができるだろう。(この議論は、熱力学で言うところの準静的過程と同じだ。)測定にエネルギーを消費しないのであれば、やはり「悪魔の装置」によってエネルギーを取り出すことができるのだろうか。そうではない。ベネットが見抜いたのは、エネルギーを消費する過程は測定ではなく、もっと後の、測定結果を消去する過程にあったという点だ。測定に光を用いるか、圧力を用いるかは本質的な部分ではない。たとえ光を用いたとしても、それを測定後に熱に変えてしまうのではなく、光エネルギーを吸収するような記憶素子に保持すればよいではないか。しかし、たとえ測定にエネルギー消費が皆無だったとしても、その測定結果を記録した記憶素子=メモリーを消去する際に、どうしてもエネルギー消費が避けられないのである。なぜか。測定によって分子が左右いずれにあるか判明したならば、その結果を悪魔は何らかの物理的な実在に反映させなければならない。この物理的な実在のことを「メモリー」と呼ぼう。メモリーの状態は、分子の状態を反映して2状態のいずれかになるはずだ。分子が右ならメモリーはR、分子が左ならメモリーはLといった具合に。問題はR、Lの2状態となったメモリーを、1状態であるような初期状態に戻せるかどうか、という点にある。我々は、2状態ものを1状態に戻す方法、あるいはそのような物理的な実在を何1つ知らない。※ 力学に忠実に考えるなら、2状態の原因からは、やはり2状態の結果が得られる。メモリーを1状態に戻すには、どうしても余分な状態数をメモリーの外に持ち出す必要がある。つまり、メモリーから熱という形でエネルギーを散逸する必要がある。しかし、そもそもメモリーを初期の1状態に戻す必要はあるのだろうか。測定がただ1回だけで終わるのであれば、元に戻す必要はない。しかしこれだとメモリーは1回きりの「使い捨て」になってしまう。では、最初から2状態でスタートして、結果がL、Rの2状態となるような都合の良いメモリーは存在しないのだろうか。そういったメモリーは、やはり力学的に存在しない。初期のメモリーがL0、R0の2状態、分子の位置が右、左の2状態であれば、全ての場合の数は(L0-右)(R0-右)(L0-左)(R0-左)の4通りである。この4通りから、測定結果L1、R1の2通りの状態に移移することはできない。状態数が増えた分だけ、必ずどこかでエネルギーの散逸が必要となるはずだ。

「悪魔は忘れることができない」

これがベネットのたどり着いた結論である。

ベネットの考察は、見方によっては重箱の隅をつつくような些細な問題と思えるかもしれない。どのみち「不可能」という結論が出ることはわかっているのだから。しかし、この考察の意味するところは大きかった、と私は受け止めている。実のところ、このベネットの考察がなかったら、今ここに書かれている本論は無かった。ただ、本論の考察では結論が「可能」に置き換わっているというのが違いらしい違いである。

分子の位置や運動量を知っていれば、そこから仕事を取り出すことができる。「知っている」ということは「利用可能なエネルギーを有している」のと等価なのである。エネルギーが勝手に増えないように、「情報」も自然に増やすことはできない。情報を保持するにはメモリー、つまり状態を保持する何らかの物理的な実在が必要であり、メモリーの消去にはエネルギーの散逸が不可欠だからである。「情報+利用可能なエネルギー」の総和は、減ることはあっても増えることはない。

■ ※

実は1つだけ、「ブラックホール」という物理的実在が2状態を1状態に押し潰してしまうのではないか、という懸念がある。かつてはブラックホールは何でも飲み込んでしまうものと考えられていたが、最近では何らかの形で情報が返ってくるという説が主流になりつつある。この辺のところは先端の物理学でも最もホットな話題で、まだ最終的な結論は下されていない。

熱力学第二法則—エントロピー増大則は、数ある物理法則の中でも特異な位置を占めている。というのは、エントロピー増大則だけが唯一時間の流れ、過去から未来へと向かう一方通行の時の矢を表しているからである。他の物理法則、力学、電磁気学、量子力学の法則は時間について対称、つまり過去と未来を逆転させても成立する。ピッチャーからキャッチャーに向かってボールを投げる全く逆のルートを通して、キャッチャーからピッチャーにボールを投げ返すことができる。アンテナから電波を送り出す逆の過程を経て、電波をアンテナでキャッチして電流に戻すこともできる。要するに、往きができれば復りもできるということである。しかし、この世の全ての事象に往きと復りの両方があるのなら、なぜ時間は過去から未来にしか流れないのだろうか。赤ん坊が老人となる全く逆の過程をたどって、なぜ老人は赤ん坊に戻れないのだろうか。「一つ一つの事象については往きも復りもあるのだが、全体については一方通行。」少々こじつけがましい理屈だが、これが現在のところの答である。一方の向きにしか起こらない変化というのは、順方向の変化が起こる確率が逆方向の確率よりも圧倒的に大きいと解釈できる。理屈の上では逆方向に変化が起こることもあり得るのだが、実際にそれが起こる確率はほとんど0に近い。エントロピー増大則を裏付ける理論は「確率」という考え方を基にしている。これに比べて古典力学は「決定論的」な考え方が基になっている。時間は過去から未来に流れるものだとする我々の日常の感覚からすると、古典力学の「決定論的な時間」、過去も未来も同じもの、という認識はずいぶんと奇妙に感じられる。この節では少しエントロピーを離れて、古典力学の「決定論的な時間」を見ることにしよう。

この世に起こる物事は全て、原因と結果の連鎖として捉えることができる。あらゆる物事には必ず原因があり、一つの原因は必ず一つだけの結果に対応する。※ この原因—結果のつながりは一般に「因果律」と呼ばれている。因果律とは「原因が決まっていれば結果も決まる」という考え方である。この考え方を極限まで押し進めると、現在によって未来は一つに決定されているという結論に達する。普通の人の感覚からすれば、現在の努力次第で未来は良い方にも悪い方にも転がるのだと思えるのだが、世界が厳然たる力学の法則に従うのだとすれば「偶然」の入り込む余地はどこにも無い。

サイコロを転がしてどの目が出るかは(イカサマでもない限り)普通は偶然に左右されるものと考えられている。しかしサイコロとて力学の法則に従う物体である。サイコロの質量、形状、弾性係数、サイコロと床の位置関係、サイコロが手から離れる瞬間の速度と回転、こういったデータが全て揃えばサイコロがどのように転がってどこで停止するのか完全に計算することができる。サイコロが手から離れた瞬間に、どこをどう転がってどの目を上にして止まるのか、答は一つに決まっているのである。ただ途中の計算があまりにも難しく人間的能力では瞬時に答を出すことができないので、我々は「偶然によって」サイコロの目が決まるのだと思っているだけのことに過ぎない。惑星の運動は理想的な古典力学の世界に近いものの一つだ。現時点での観測データさえあれば、何年先のいつどこで皆既日食が見られるのかピタリと言い当てることができる。ということは、何年何月何日に日食が起こるという事実は、人間が計算しようとするまいがそんなこととは関係なしに初めから決まっていたのである。

「確かにサイコロや機械のような無生物は決まり切ったことしかできないが、人間には自由意志というものがある。人間の意志によって未来は変えてゆくことができるのではないか。」私も倫理的にはそう思いたい。しかし科学的な態度でクールに見れば、人間とて物質の塊であり、機械や惑星と区別しなければならぬ理由は何処にも無い。例えば今、自分の意志で決定を下したと思っていたことは、過去に誰かから教わった知識や、身をもって学んだ経験に基づいているのではないか。もし、その知識や経験を学ぶチャンスがなかったら、あるいはその知識が別の内容だったなら、きっと今下した決定は違うものになっていたことだろう。それでは知識や経験はどのようにして身に付いたのだろうか。ずっと過去にまで遡って考えれば、自分を取り巻く外的要因、環境、文化などによって決まったのであろう。外的要因ではなく遺伝だ、という反論もあるかもしれないが、それは両親を取り巻く外的要因、環境に還元することができる。もし、私と同じ様な肉体的素質を持って生まれ、私と同じような環境下で育った人がいたとしたら、きっとその人は私と同じ考えを持ち、同じ行動をとり、同じ決定を下すに違いない。我々が「自

由意志」だと信じているものは、実は「過去の集大成」なのではないか。自由意志の問題について、これ以上深入りするのには止めよう。ただ、古典力学に忠実に考えるなら、人間として過去によって現在の行動を決定されているものであり、因果の糸から逃れることはできないのだということになる。

過去によって未来は決定している、原因と結果が一体一で対応しているのだとすれば、逆に、ある結果を生む原因は一つしかないのだということもできる。惑星の運動において、何年先のいつ日食が起きるという予言を行なったのと全く同じ計算、唯一時間の向きだけが反対の計算で、何年前のいつ日食があったかを調べることも可能だ。もし、過去が本来あった姿からほんの少しでも食い違っていたならば、現在もまたあるべき姿とはどこか異なったものとなる。このあたりはむしろタイムマシンの登場する小説などでお馴染みであろう。現在がいまの姿である為には、過去はこれまでにあった唯一の過去でなければならなかった。現在が唯一であるならば、時の流れを下った未来も、遡った過去もただ一つに決まっている・・・これが古典力学の導き出した「決定論的な時間」である。

時間を反転させる、過去と未来を入れ替えるという操作を一番身近に体感できる方法は「フィルムを逆回しに見る」ことだ。日常の出来事をフィルムに収めて逆回しすると、床にこぼれていた水がスルスル這い上がってコップに収まったり、口から吐き出した食べ物がきれいに皿の上に盛り付けられたり、何とも奇妙な映像が展開するであろう。それでは、どこか遠い宇宙の星々の運動をフィルムに収めて逆回しに見たとしたらどうだろうか。多分何のおもしろ味もない。逆回しに見た星々の運動と通常の向きで見た運動との違いは、ただ自転や公転の向きが反対になっただけに過ぎない。星々の運動の映画だけを見て、それが順回しなのか逆回しなのか識別する方法はない。星の運動にとって、過去と未来の区別は右周りか左周りの違い程度の重みしかないのである。右に自転する星はたまたま1/2の確率で右に回っているわけで、別に左でも構わない、不都合は生じない。星にとって時間というものとはたまたま過去から未来に流れているだけで、別に未来から過去であっても？矛盾は生じないのである。理想的な星の運動と同じ様に、過去と未来を区別できない運動は他にもある。それは、ごく小さな世界、分子や原子の運動だ。超高倍率のカメラを使って気体分子の運動をフィルムに収めたでしょう。フィルムに写っているのは何かというと、分子の衝突、回転、振動等の運動である。分子の衝突は日常サイズのボールと違ってぶつかって停止する(運動エネルギーが熱として発散する)ということはない。ぶつかったらまた跳ね返って飛び去るだけである。この衝突を逆回しに見ても、順回しとの区別は全くつかない。分子の回転は向きが逆になるだけ、振動は順回しも逆回しも同じである。分子運動の映画をどれほど詳しく調べても、順方向と逆方向を見分けるような目印はどこにも見つからない。このように、星の世界や、うんと小さな分子の世界では、時間の向きにあまり重要な意味がない。たとえ時間を逆転させたところで何の不都合も生じないのである。我々はあまりにも「時間は一方通行」という考え方に慣れ親しんでいるので、「過去も未来も同等」という時間観は馴染み難いことと思う。しかし古典力学の世界には過去と未来の区別は存在しない。順方向にできることは逆方向にもできる、これが古典力学の考え方なのである。

星の世界や分子の世界は古典力学の理想に最も近い世界だが、完全ではないことを付け加えておこう。星のフィルムに彗星が写っていれば順回しか逆回しかの区別がつくであろう。(彗星の尾は太陽風になびくので必ずしも後にできるのではないが、彗星が進行する分だけ後に傾くはずだ。) また、分子よりもっと小さい素粒子の世界では時間だけを反転させると対称性が崩れる、といった現象もある。彗星の尾の「拡散」という現象、素粒子の世界の現象、こういったものは古典力学だけでは説明しきれない現象なのである。だからと言って古典力学が無効だということにはならない。少なくとも日常的なスケールの大半の問題は、古典力学によって十分な精度の答が導き出されているのだから。

古典力学における「決定論的な時間」をまとめよう。

1:原因〜力学ではこれを初期条件と言うのだが〜が決まっていればそこから得られる結果もただ一つに決まる。

2:時の流れに対して順方向にできることは逆方向にもできる。過去と未来は同等であり、時間を反転させても矛盾は生じない。

私たちの住む世界にとって、時間の向きは大きな意味を持つ。日常風景を収めたフィルムなら、逆回しの見分けはすぐにつく。川が山から海に向かって流れるのが順方向、海から山に向かうのが逆方向なのだから。ところが、川の水とて分子の集まりである。川の水の一部をうんと拡大してフィルムに収めたとすると、そこに写っているのはやはり分子運動の集まりに過ぎない。拡大して見た分子運動のフィルムからは、時間の向きの足跡を見つけることはできなくなる。分子がうんと集まった川となって初めて過去と未来の区別が生じるのだ。水が低い所に集まるのは常識だが、この常識はたくさんの水分子の集団にしか通用しない。ただ一個だけの水分子を閉じた箱の中に入れておいても決して下には溜まらない。水分子は重力に引かれて一度は落ちてくるが、床で跳ね返ってまた元の高さに戻って来る。一個一個の分子は行きも復りもあり＝可逆なのに、分子が集まると一方通行＝非可逆になる。古典力学に忠実と思える星々の運動も、非常に大きなスケールで塵芥が銀河を形成する過程を見れば、そこに時間の流れを見取ることができる。星々も分子と同じように、多数の集団になって初めて見せる一面があるわけだ。分子も星も、なぜ同じものでありながら見方によって2つの顔ができるのか不思議である。まともに考え出すとこれは非常な難問で、様々な議論が行われたものの、現在のところ満足のゆく解答は無い。古典力学を筆頭とする物理学において、時間とは行きも復りもありの可逆なものだ。一方、この世に起こる変化の向きを説明した統計力学の理論は「なぜ時間は一方にしか流れないのか」を説明しているのだとも言える。可逆な時間と非可逆な時間、この2つの時間の違いはそのまま「分子一個一個の世界」と「分子集団の世界」の違いとなっているのである。

■ ※ 不確定性原理がこれに反している・・・

というのはかなりお定まりの指摘らしい。決定論は世の中がそうなっている、と言うより、世の中をそのように見る1つの観念である。それでは、本当のところ世の中がどうなっているのかというと、未だ以てわからないというのが実情であろう。

私たちが対象を認知するという事は、頭の中にイメージを作り上げるということである。私たち人間は、現実世界の全てを同時にそっくりそのまま受け入れる能力を、残念ながら持ち合わせてはいない。そこで私たちは現実世界の特定の一部だけをピックアップ(抽象化)して、人間に受け入れやすいイメージを思い描く。(言葉にするとひどく難しいことのような気もするが、実際には無意識の内に誰しもが行なっていることだ。) このように頭に描いたイメージのことを、物理学の世界ではしばしば「モデル」と呼ぶ。同じ対象であっても、人により、考え方により、目的により、作り上げるモデルは様々に異なる。統計力学という考え方においても、現実の世界をあるモデルの上に投影する。そのモデルとは、大雑把にいうと「世界を構成する全ての粒子の運動を数値化したもの」である。統計力学では、このモデルのことを「位相空間」と呼んでいる。ここでは、位相空間とは何かについて手短かに説明しよう。

いま、箱の中にただ一つの分子が入った世界を考えよう。この世界で起こる出来事といえば、分子が動いて、時々刻々と位置を変えるということだけだ。この世界の状況を表すには、分子の位置と速度を書き下せば充分である。分子の位置は、縦、横、高さの3個の数字で表すことができる。分子の速度も、縦方向、横方向、上下方向の3個の数字で表すことができる。結局この世界は、合計6個の数字で表現できるわけだ。たとえ分子を直接見るができなくても、何らかの測定装置を用いて6個の数字を常時観測すれば、この小さな世界の全てを把握できることになる。次に、箱の中に2つの分子が入った世界を考えよう。この世界では分子がただ直進する他に、時々衝突して向きを変えるという事件も起こる。2つの分子の世界を数字で表すには、一分子につき6個の数字が必要だから $6 * 2$ で12個の数字が必要だ。この12個の数字のうちの2個の符号が同時に入れ替わったなら、「いま衝突が起こったな」ということがわかるだろう。同様に、3個の分子は18個の、4個の分子は24個の、 n 個の分子は $6n$ 個の数字でもって運動を表現することができる。ここまでは分子の並進運動のみを取り上げたが、さらに分子の回転運動を考慮に入れるとどうなるだろうか。回転にはピッチ、ロール、ヨーの三方向があるので、一分子につき新たに3個の数字が加わることになる。さらに分子が振動運動しているとすれば、また幾つかの数字が加わることになるだろう。最も単純な2原子分子の振動は、伸び縮みだけなので一つの数字で表現できる。もっと複雑な分子では、振動の仕方に応じて複数個の数字が必要となる。結局 n 個の分子でできた世界の全ての運動を数字に直すと、 $n * (\text{並進位置の3個} + \text{並進速度の3個} + \text{回転位置の3個} + \text{回転速度の3個} + \text{振動位置の}x\text{個} + \text{振動速度の}x\text{個})$ だけの数字が必要となる。実際の分子は運動するだけではなく、さらに電氣的な力が働いたり、光を通じての相互作用があったりする。しかしまず第一段階として、力学的運動だけを取り上げるのが慣例だ。というのは、電子や光には古典的な考え方が通用しないからである。不思議なことだが、電子の運動を一つの(あるいは複数有限個の)実数で表すことはできない。我々は、とりあえず直接数字に直すことができる範囲に的を絞って次の段階に進もう。

我々の住む世界の空間は(日常的なスケールでは)3次元である。なので、我々が図や模型を使って単一の要素を表現すると、せいぜい3つの変数までしか視覚化することができない。4個以上の変数を視覚化に頼らずに実感するには、大いに想像力を働かせる必要がある。いまここで、1点を指定するのに4つの数字が必要となるような4次元空間を強引に思い描いてみよう。もちろん4次元空間など誰も見たことがないし、おいそれと示すこともできない。4次元空間の性質は、1、2、3次元からの類推と想像力によって補うしかない。例えば4次元立方体の体積は一辺の長さの4乗だろうし、4次元の球面を式で表せば $r^4 = x^2 + y^2 + z^2 + w^2$ だろうし、その体積は $\pi^2 r^4 / 2$ となるだろう。物理的に実在しなくても、想像が困難であっても、とにかく計算はできるといった微妙な状況になる。もっと大きな次元、10次元空間や100次元空間であっても、ある種の計算規則と想像力からその性質を導き出すことができる。100次元空間内の一点を指定するという事は、100個の数字の値を指定するのと同じことである。

さて、我々はたくさんの分子でできた世界を考えて、その世界で起こる事象の全てを数字で表すことができた。分子の数がたくさんだったなら、その世界を表す数字の数はわを掛けてたくさんということになるが、とにかく有限個の数字の組でもって世界を表現することができる。いま仮に、世界がZ個の数字の組で表現できたとしよう。次に、Z個の座標が直行するZ次元の空間を考えて、そこに世界を表すZ個の数字をプロットする。プロットの作業は、このZ次元の空間内の一点を指定するだけでよい。Z次元の空間内の一点を指定することは、Z個の数字を指定するのと同じ、つまり実際の世界での分子運動の全てを決めるのと同じことである。Z次元空間の一点一点が、現実世界の状態の一つ一つに対応しているわけだ。そこでこのZ次元空間を、現実世界を投影した世界ということで「位相空間」と呼んでいるのである。

ここでよく疑問に挙がるのが「そのような多次元空間は本当に存在するのか」ということではなかろうか。観念の世界に深くはまり込んだ結果、何やら現実からとんでもなくかけ離れたところに迷走しているのではないか。実体のない想像をたくましくするのは勝手だが、そのような想像の産物が物理的な実在の一面を正しく表現しているという保証はあるのだろうか。残念ながら、数学的なモデルだからといって常に正しいとは限らない。(前提が間違っていれば、いかに数学的であっても、物理的には全く意味を為さないモデルはいくらでも作れる。)モデルの正しさを保証するのは、現実との対応関係がとれているかどうかによると思う。例えば、地図というものは現実の町や地形を表現した1つのモデルである。現実と寸分違わない完全な地図とは、縮尺1:1の地図、つまり世界そのもののコピーということになるだろう。しかし、それでは地図としては全く機能しない。それ以外の、実際に役立つ地図とは単なる紙の上の模様過ぎず、現実の世界を「完全に」表してはいない。だからといって「不完全な地図」が全くの無意味だと言えるだろうか。地図が役に立つのは、読み手が紙の上の記号から現実世界を想像できるからだ。紙の上の記号と現実世界との間に一定の対応ルールがあれば、地図はルールを理解する者にとって役に立つ。そして対応ルールが複数の人の間で共有できれば、地図はルールを共有している者にとって共通の価値を持つのである。さて、上で紹介した「位相空間」とは、言うなれば現実世界の地図である。そしてこの場合、地図を読み取るルールは直感的な記号ではなく、数式を用いる。地図が全く無意味だということも間違いならば、地図だけを眺めて旅行したのと同じ体験を得た、ということも間違いだろう。その意味で我々は、位相空間で表された現実世界を本当に「体験」することはできない。ただ拙い数式を頼りに「本当の世界」を想像するだけである。

前の節で因果律に従う決定論的な時間の話をした。因果律に従う世界は、あたかも過去から未来へ連なる一筋の糸のように、決定された道筋の上を進むのだと私はお話した。まず、時間に沿って変化して行く世界を一筋の糸として思い浮かべてみよう。この糸の上にある点は、ある時刻における「世界」を表している。糸の上から外れた点は、現実には起こらなかった(そしてこれからも起こらない)世界を表している。それでは、いま漠然とイメージを浮かべた、糸を描いた空間は一体何なのだろうか。この空間の一点一点がそれぞれ世界の状態を表しているのだから、この空間こそが「位相空間」なのである。位相空間において、時間の進行に伴う世界の変化は、一本の軌跡となって表される。一つの原因から一つの結果しか得られないのだから、軌跡は途中で枝別れしたり合流したりはしない。枝別れや合流がないのだから、異なる2本の軌跡はどこまでも交わることなく平行線のままである。別の軌跡とは、いわゆる「パラレル・ワールド」のことである。

位相空間のことをもう少し詳しく調べてみよう。位相空間の正体は、時間と共に変化するZ個の数字(のとり得る範囲)ということだ。ところで、このZ個の数字は決しててんでばらばらに変化するのではない。ある法則に則って着実に変化しているのである。ということは、この法則さえわかれば、理屈の上では軌跡のたどる先、未来を知ることができるわけだ。「法則」というのはたいして難しいものではない。大抵の物理の授業で一番最初に教わるニュートンの法則、「運動方程式」のことだ。「物体の次の瞬間の位置は、現在の位置に瞬間速度を加えたものである。速度の変化は物体に働く力に等しい。」

$$F = m \, d^2x / dt^2$$

Z個の数字について運動方程式を立てて、これを解くことができたならば、未来を完全に予知したことになるだろう。

もし驚異的な演算能力を持った超人がいたとしたなら、彼は過去も未来も全てを言い当てることができるわけだ。このような超人は俗に「ラプラスの魔」と呼ばれている。ラプラスはフランス革命の頃に活躍した数学者で、ラプラスアンやラプラス変換に名を留めている。決定論については多くの議論があるが、現在ではこのような完全な未来予知を行なうことはできないという結論が下されている。主な理由は、

- 1: 非常に小さな世界では、物体の位置と運動量を同時に正確な数字で表すことができない(不確定性原理という)。
- 2: 未来を知る為には現在の世界についての情報の全てを細大もろさずinputしなければならず、それは原理的に不可能。

ここでは理由1:はさておいて、理由2:に焦点をあてることにしよう。

「ラプラスの魔」は先に紹介した「マックスウエルの悪魔」の兄弟分にあたる。というのは、「ラプラスの魔」が存在すれば「マックスウエルの悪魔」も存在可能となるからである。もし「ラプラスの魔」のようにこの世の分子運動の全てを知り尽くしていたならば、もはや利用できない熱エネルギーというものは存在しない。次の瞬間にどの方角から、どの位の速度で分子が飛んでくるのかあらかじめ知っているのだから、分子の運動エネルギーを利用したいものに振り向けるのは容易なことであろう。ところが、分子の位置や速度を知るのは、ただでできることではない。位置や速度を知るためには分子の測定を行なわなければならないのだが、この測定にはどうしてもエネルギーの消費が伴う。消費したエネルギーは結局のところ熱運動となる。せっかく測定して分子の運動がわかったとしても、測定装置という別の場所で新たにわからない運動が生じるので、どうあがいても「この世の全てを知る」ことはできない。未来予知は、永久機関ができないのと同じ理由で実現不可能な夢だったのである。

位相空間上の流れ ～ リュービル(Liouville)の定理

2006/08/21

「位相空間」とは、空間内の一点一点が世界の状態の1つ1つに対応しているモデルのことであった。もし現在の世界がこの位相空間内のどの一点であるかズバリ特定できれば、それは世界の「全てを」知ったことと同じである。もちろん我々は世界の全てを知っているわけではないので、一点を指し示すことはできない。しかし我々は世界について全く無知というわけでもない。現在世界がどうなっているのか、ある程度までは特定することができるであろう。「ある程度知っている」ということは、位相空間上では「ある範囲を特定できる」ということだ。つまり我々の持つ知識は、位相空間上での領域によって表すことができるのである。狭い領域を特定できるほど「良く知っている」ことになり、広い範囲しかわからないのであれば「あまり良く知らない」ことになる。世界についてある程度しか知り得ない我々の目から見た世界観は、位相空間内の一本の糸というよりも、むしろかなりの幅を持った川の流れに近いものなのである。

因果律の考え方とは「1つの原因(初期条件)からはただ1つの結果が得られる」というものだった。もし、最初の原因となる状態が2種類考えられて、そのどちらであるかわからなかったとすれば、原因に対応する結果も2種類得られることになる。位相空間上のある一点は、時間経過に伴って一本の軌跡を描く。位相空間上の異なる2点を出発点に選べば、時間経過に伴って決して交わることのない2本の軌跡が描かれる。(最初から同一軌跡上の2点を選んだ場合を除く) 3点なら3本の、100点なら100本の軌跡が描かれることになる。ならば、いま位相空間内のある領域内をびっしりと埋め尽くすように点を打ったとしよう。この点の集まりは時間と共に移動するが、点の数は変わらない。このことから、位相空間内の領域は形は変われどその体積は一定だろうという予測が成り立つ。ただ、この予測はびっしり打った点と点の間隔、つまり密度が一定という前提がなければ成立しない。やみくもに世界の状況を数字に置き換えても「点の密度が一定」という条件は成り立たないであろう。幸いなことに、分子の運動だけを問題にするのであれば、上手く変数を選んで「点の密度一定」の条件を満たす方法がある。具体的には分子の位置と、運動量＝質量 \times 速度を座標軸の変数に用いるのである。

「位置と運動量で張った位相空間上では、特定の領域の体積は一定に保たれる。」このことは「リュービルの定理」と呼ばれている。リュービルの定理を、まずは簡単なケースで確かめてみよう。(リュービルの定理という結果だけを知ればよいというのであれば、以下は読み飛ばしても構わない。)

最も次元数の少ない、位置が一次元、運動量が一次元の空間、つまり位置 \times 運動量の平面を考える。この平面上の同一の位置から、運動量が異なる2つの質点が運動を開始したとしよう。2つの質点には何の外力も加わらず、等速直線運動を行うものとする。平面上に1秒後(1単位時間後)、2秒後、3秒後の点を順次プロットする。2つの質点の1秒後と2秒後の、合計4つの点を囲んで四角形を作る。同様にして、N秒後とN+1秒後の4点を囲んで四角形を作る。1秒後とN秒後の2つの四角形を比べると、形は歪んでいるものの、面積は同じであることが見てとれるだろう。なぜなら、これらの四角形の2つの辺は位置の軸に平行で、それぞれの長さは質点の速度なので等しいからである。

次に、この平面上のどこか一カ所、位置 X_1 の所に急な下り坂、つまりポテンシャルの急激な変化点があつて、そこを通過した質点は一様に加速されるものとしてしよう。簡単のため、2つの質点の質量は全く同じで m 、速度は一方が v_1 、もう一方が v_1 よりほんの少しだけ速い($v_1 + \Delta$)だったとする。2つの質点が X_1 を通過して、同じ大きさのエネルギー E だけの勢いを得たとする。速度 v_1 の質点が v_1' に加速したとき、 $(v_1 + \Delta)$ の方の質点はどの程度加速されるだろうか。運動エネルギー $E = 1/2 m v^2$ のグラフの上で考えると、速度の「伸び」はグラフの傾きの逆数で表われていることが分かる。グラフの傾きとは微分のことだから $dE/dv = m v$ 、この逆数ということは $dv / dE = 1 / m v$ 、つまり速度の「伸び」は速度そのものに反比例する。ということは、位置 \times 運動量平面で v_1 と $(v_1 + \Delta)$ の質点によって作られた四角形が X_1 のポテンシャルの下り坂を通過すると、速度が伸びた分だけ速度の差 Δ は縮むことになる。(位置が横軸、運動量が縦軸なら、横に伸びて縦に縮む。) 結局、速度 \times 運動量の面積は、坂を下っても変わらない。以上は最も単純なケースだったが、これだけでも「横(位置)方向の伸び」と「縦(運動量)方向の伸び」について、面積が一定に保たれることが確認できたであろう。

もう少し一般性のある説明は次のようになる。まず下準備として、ニュートンの運動方程式を、位置と運動量の2つの変数が扱い易い形に直しておく。運動方程式

$$F = m d^2x / dt^2$$

に運動量 p を導入して、以下の2つの式に書き換える。

$$p = m v = m dx / dt \quad F = dp / dt$$

外力が作用しない体系において、力 F とは何かを考えると、それはポテンシャルから受ける力ということになる。要は、上り坂では進行方向と逆の力が、下り坂では進行方向に沿った力が働くということだ。力 F はポテンシャルの傾きに比例している。ポテンシャルを $U(x)$ 、ポテンシャルの傾きを $\nabla U(x)$ とすれば、

$$F = -\nabla U(x)$$

(∇ ナブラは微分演算子。簡単に言えば x の傾きを表すもの。

3次元空間 (x, y, z) の場合、 $\nabla = (\partial / \partial x, \partial / \partial y, \partial / \partial z)$ 。

本文中の記号 x は、 (x, y, z) をまとめて x 一文字で表していることに注意。)

なぜマイナスが付くかという、上り坂(プラス)のときに逆向き(マイナス)の力が働くからである。体系の持つ全エネルギーを H で表すと、

$$H = \text{運動エネルギー} + \text{位置エネルギー}$$

$= 1/(2m) p^2 + U(x)$ (エネルギーを E と書かずに H と書いたのには意味がある。その意味については後ほど述べる。)

H を p で微分したものを考えると

$$dH / dp = 1/m \quad p = dx / dt$$

H を x で微分したものを考えると

$$dH / dx = U(x)の傾き = \nabla U(x) = - dp / dt$$

結局のところ、ニュートンの運動方程式は以下の2つの式に書き換えられたことになる。

$$dH / dp = dx / dt$$

$$dH / dx = - dp / dt$$

この2式のことを Hamiltonの正準方程式と言う。Hamiltonの正準方程式の物理的な意味は、ニュートンの運動方程式と全く同じである。ただ、Hamiltonの正準方程式は位置と運動量についての2本の式なので、そのまま位相空間に適用しやすい形となっている。

さて、位相空間内にびっしりと打った点の群の運動は、時の流れに従ってその形と位置を変える一種の「流体」と見なすことができる。この流体のことを「位相流体」と呼ぼう。位相空間上での領域の体積が変わらないということは、位相流体の密度が変わらないということ、つまり位相流体の「湧き出し」が0であることと同じである。位相空間上の小さな範囲を考え、そこに入ってくる流体の量と出て行く流体の量が等しければ「湧き出し=0」だと言える。「湧き出し」のことをベクトル解析では div という記号を用いて表現し、具体的には次のような計算を行う。

$$\text{div } V = dV / dx + dV / dy + dV / dz \quad (Vはx,y,zの3次元空間上のベクトル)$$

一般的な i 次元の座標上では次の様になる。

$$\text{div } V = \sum [i] dV / d X_i$$

それでは、位相流体の「湧き出し」を式に表してみよう。

div (位相流体)

$$= d(xの速度) / dx + d(pの速度) / dp$$

※ 日本語が少し変かもしれないが、正しい意味は次の式の通り。

$$= d/dx (dx/dt) + d/dp (dp/dt)$$

ここで、先のHamiltonの正準方程式を代入すると、

$$= d/dx (dH / dp) + d/dp (- dH / dx)$$

$$= 0$$

確かに湧き出しは0であり、位相流体の密度が増えたり減ったりしないことが確認された。

以上のリュービルの定理の説明で扱った運動は、質点の並進だけであった。一般的な分子の運動には、回転運動、振動運動などもあるだろう。実は、並進以外の運動についても、回転の運動量、振動の運動量などの一般的な運動量を定義すればリュービルの定理は上手く成り立つことが分かっている。なぜ一般的な運動量で上手くゆくのか、その秘密は Hamiltonの正準方程式にある。(真の秘密は自然がそのようになっていた、と言うべきかもしれないが。) ニュートンの運動方程式と比べて Hamiltonの正準方程式の持つ利点の1つは、ある種の座標変換に対して不変であることだ。つまり、座標変換を施しても式を全く変えずに計算を行うことができるのである。例えば回転運動の場合、直交座標 \Leftrightarrow 極座標の変換を行っても式の形が全く変わらないのであれば、回転運動を並進運動と同等に扱えることになる。運動量というものを並進運動だけでなく、もっと一般的なものとしてとらえ直すと、Hamiltonの正準方程式に現れるHの意味をもとらえ直す必要が生じる。これが、式中でEと書かずにHと書いた理由である。Hは「ハミルトニアン」と呼ばれている。ハミルトニアンHが時間tに直接依存せず、位置xと運動量pだけで決まる場合(つまり $H(x,p)$ と書ける場合)、Hは体系の全エネルギーEと一致する性質を持つ。Hが時間tに依存する状況とは、体系の外から何らかの変動が加わるということだから、上で考えてきた位相空間では $H=E$ としてもよかったのである。

「位相空間上の体積は一定に保たれる」ことが確認できたところで、次の節へと進もう。

第一章 なぜ永久機関は実現不可能なのか

位相空間とエントロピーの関係

2006/08/21

前節で見たリュービルの定理「位相空間において領域の体積が一定である」ことは、実際にはどのような意味を持つのだろうか。それは「観測者が言い当てることができる範囲の大きさは変わらない」ことを意味する。もっとくだけていえば「知識は増えも減りもしない」ということである。位相空間での体積とは、運動量まで含めた分子の配置について、1通り、2通りと数えていた場合の数を連続的に拡張したものである。例えば「分子が部屋の右半分にある」という知識を何通りと数えることはできないが、位相空間上で体積幾つということ是可以する。位相空間上の体積が小さいということは、考えられる選択子の幅をうんと絞った状態、つまり観測者が対象について「よく知っている」ことに相当する。

さて、先の節で「エントロピーとは、体系の持つ(分子スケールの)場合の数の対数」であることを述べた。そして「場合の数とは、実際の空間+仮想的な空間を合わせたような、一般的な空間の体積」だということにも触れた。位相空間は、この「場合の数を表す一般的な空間」としてふさわしい性質を備えている。位相空間上での体積の対数がエントロピーに一致することを、以下で確かめてみよう。以下は、基本的には先の節で「実際の空間+仮想的な空間」で述べたことを、位相空間という道具立ての上で説明し直したものに過ぎない。

ここでは例によって最も単純な理想気体を取り上げ、エントロピーのマクロな定義 $dS = dQ / T$ が、位相空間の体積 W の対数をとったもの、 $\ln W$ に一致することを示そう。まず、分子数が N 、全エネルギー E の理想気体が位相空間上でどのような姿をしているのかを考えてみよう。全エネルギー E とは、各分子の運動エネルギー $1/2 mv^2 = 1/(2m) p^2$ の総和だから

$$E = \sum [3N] 1/(2m) p^2$$

(なぜ $3N$ かというと、1個の分子につき x, y, z の3方向があるから)

二乗の和が一定ということは、位相空間上で考えると半径 \sqrt{E} の球面を表していることになる。このように運動量についてはエネルギー一定の条件が課せられているが、分子の位置については特別な制限はない。つまり理想気体の取り得る領域とは、運動量の軸の断面で見れば多次元の球、位置の軸の断面で見れば指定範囲内の全領域(気体が収まっている容器が直方体であれば直方体の領域)となった、いわば多次元の円筒形状をしている。気体が取り得ることのできる領域は、この円筒形状のエネルギー一定の面上、つまり円筒形状の表面を覆う殻の部分である。この殻の部分の体積 W は、運動量の軸の断面から考えると $3N$ 次元の球の表面積に比例している。理想気体が外部から熱量 Q を受け取り、全エネルギー E が増加した場合、この $3N$ 次元の球の半径が大きくなる。半径が大きくなれば、表面を覆う殻の部分の体積 W も増加する。エントロピーとは体系に熱を加えたときに変化するものだったので、ここからエントロピーと場合の数 W の関係が推し量れることになる。

多次元の球(円筒形の断面の球)のイメージから、少々強引だが

$$W = \sqrt{E}^{(3N-1)} \delta E$$

と置こう。実際には、これに何らかの比例定数(球に関係するので π を含んだもの)が付くはずなのだが、ここでは簡単のため比例定数を1とする。 δE は殻の厚みを表す微少量である。上式の両辺の対数をとって

$$\ln W = 1/2(3N-1) \ln E + \ln \delta E$$

これを E で微分すると

$$1/W \cdot \partial W / \partial E = 1/2(3N-1) \cdot 1/E \quad (\text{微少量 } \delta E \text{ は結局無視される})$$

E に関するものを右辺に集めて

$$1/W \cdot \partial W = 1/2(3N-1) \cdot \partial E / E$$

ここで $\partial E / E$ の意味を考えると、エントロピーの定義 dQ / T にかなり近いものだということが分かる。温度 T とは、各分子に割り振られたエネルギーの平均値を表している。1分子あたりに割り振られたエネルギーを(天下りのだがエネルギー等分配の法則から) $3/2 k T$ とすると、(1自由度あたりのエネルギーは $1/2 kT$ 、3 は x, y, z の3方向の意味)

$$E = N \cdot 3/2 k T$$

これを右辺の分母の E と置き換える。右辺の ∂E は体系に出入りしたエネルギーを表している。体系の体積変化や仕事などが無ければ、 ∂E は体系に出入りした熱量 dQ に等しい。これらによって右辺を改めて書き直すと

$$1/W \cdot \partial W = 1/2(3N-1) \cdot dQ / (N \cdot 3/2 k T)$$

N が非常に大きければ $(3N-1) / (3N)$ は約分できて、結局

$$k \cdot 1/W \cdot \partial W = dQ / T = dS$$

となる。これはエントロピーの微小変化を表しているので、両辺を積分すると

$$k \ln W = \int dQ / T = S$$

となり、ボルツマンの関係式、マイクロなエントロピーの定義と一致する。

もっとも、この説明では比例定数などかなり端折っているので、 k の値まで明らかになったわけではない。(実はボルツマン定数 k そのものなのであるが。) もう少し正確に k の値まで明らかにするには、

- ・エネルギー E に対する W の重み付け
- ・多次元球の表面積

の2つの評価が必要となるだろう。ここでは単に多次元の球面を想像することによって、エントロピーが位相空間上の領域の広さに結びついていることを確認するに留める。

位相空間という道具立てによって、我々の持つ知識のあいまいさ、選択子の幅の広さがエントロピーという物理的な指標と結びついていることが確認できた。よく一般に、エントロピーとは「無知の度合い」などと言われることがある。我々の持つ知識を位相空間上の幅を持った流体のようなものと見なせば、エントロピーが「無知の度合い」であるといった解釈も頷けなくはない。ただし、この言葉を額面通りに受け止めて、エントロピーを人間の持つ知識全般に拡大解釈するのは少々飛躍があるように思う。例えばここに、気体 A と、同量で体積が2倍の気体 B があったとして、「 A よりも B の方が無知の度合いが大きい」という言い方は自然だろうか。実際に熱・統計力学を応用する場では知識、無知、といった解釈よりも、単に「体系が取り得る範囲」と捕らえた方が混乱が少ないように思う。

■ ※

ここでは円筒形の円形断面の方、つまりエネルギー流入に対するエントロピーを問題にした。四角形断面の方、つまり体積に対するエントロピーは省いてある。

古典力学の法則から、我々の持つ知識の幅、即ち位相空間上の特定の領域の広さは一定であることが示された。これが先に述べたリュウビルの定理であった。一方、位相空間上の領域の広さの対数をとったものはエントロピーそのものであることも分かった。ここで1つ大きな疑問にぶつかる。

なぜエントロピーは増えるのか。

古典力学の法則に忠実に考えるなら、エントロピー増大則ではなく、エントロピー保存則となるはずではないか。もともとエントロピーとは「物理的な変化が自然な向きに進行するほど増大する指標」であった。分子運動などの理屈を持ち出さずに、熱のやりとりという事実のみを見れば、エントロピーは確かに増大する。しかし古典力学から導かれる帰結は、位相空間上の領域の広さは変わらないということであった。つまりエントロピーは増えも減りもしないということになってしまう。この、古典力学とエントロピー増大則とのギャップはどのようにして埋めればよいのだろうか。

この問題の根は深い。「決定論的な時間」の節でも述べたように、理想的な古典力学が適用できる世界、一個一個の分子運動の世界では、時間の向きにさしたる意味は無い。言い換えれば、時間の流れる向きを反転させても矛盾は生じない。そして、そのような古典力学から導かれた帰結にも、時間の流れる向きは含まれていない。しかし我々にとって時間が過去から未来へと一方向に流れるのは動かしがたい事実である。一体なぜ、時間は一方向に流れるのだろうか。なぜエントロピーは増えるのか、という問いかけは、時間の本質に関わる半ば哲学的な問題にまで遡るのである。実のところ、この問題は非常に難しく、現在でも完全には解決されていない。そもそも完全に解決できる類の問題であるかどうかさえ、わからない。ここでは、まず今日の一般的な見解に触れ、次に私独自の見解を述べよう。

■ 1 : 一般的な見解 「領域が複雑きわまりない形になる」

確かに位相空間上の領域の体積は変化しないのだが、時間の経過につれて、領域の形状は複雑な形に変化してゆく。領域は、あたかもアメーバの偽足の様に伸縮し、空間の広い範囲に渡って薄く、広く、広がってゆくのである。十分な時間が経過すれば、当初の領域の「偽足」は空間内のほとんど全ての部分に伸びてゆくことだろう。この様子を模式的に表せば、材料を混ぜ合わせてパイをこねる過程に例えられる。小麦粉とバターを混合物をたたいて引き伸ばし、十分伸びたところで半分に折りたたむ。この過程を繰り返せば、どこを切っても十分細かく小麦粉とバターが入り交じった混合物が出来上がる。バターが全体に行き渡ったからと言って、決してバターの量が増えた訳ではない。位相空間の場合もパイこねの例のように、領域は外部の空間と「入り交じる」のである。領域の体積自体が膨らむ訳ではない。位相空間はパイこねのように引き伸ばされる訳ではないが、一定の規則的なルールを繰り返した結果、予測不能な状態に達する、という過程は類似しているであろう。

パイこねの場合、出来上がったパイ生地を拡大してみると、小麦粉とバターの層が細かく交互に積み重なったものとなっている。これは、当初の「小麦粉の上にバターが乗っていた」という構造が、最終的な生成物の中に形を変えて残っているのだと見なすことができる。仮にパイ生地の層の厚さが1マイクロメートルでバターが全体の10%を占めていたとすれば、0.0~0.1マイクロメートルの所にバターがあり、残りの0.9マイクロメートルには小麦粉がある、といった事柄を言い当てることができる。領域の広さを「我々の持つ知識の幅」ととらえるなら、構造が残っているということは、我々の持つ知識=情報も失なわれてはいないということだ。位相空間上の運動、例えば気体分子の運動などについても、一見入り交じったかのように見える結果のどこかに当初持っていた構造が残っているのではないだろうか。さらに想像を広げれば、残った構造を上手く利用して当初の状態を再現する、つまり時間を逆行することができるかもしれない。パイこねの例であれば、1マイクロメートルごとに薄いバターの膜を集めれば、当初に加えたバターが回収できるではないか。確かに理屈の上ではそういった構造が何処かにあって、我々の持つ知識は(観測者が十分に賢ければ)失われることは無いと言えるかもしれない。しかし、問題となるのは、そのような構造が我々にとって分りやすく、有用な形で取り出せるかどうかである。パイこねの場

合であれば「層が積み重なっている」といった比較的簡単な規則で表現できた。しかし、10の何十乗といった分子数の運動についての構造は一言で表現し得ぬ程に複雑で、たとえあったとしても有用でないことは十分予想がつく。構造を示すのに、より単純な言葉や数式を用いることができず、そのもの自体を以て示さねばならないのであれば、それは有用な知識とは言えない。残念なことに、一般的な多体運動をより単純な数式に還元できないことが、近年(といってももう数十年以上経つが)分かってきたのである。もう1点、微細な構造はごく小さな値の変化によって大きく様相を変えてしまうことも指摘できる。パイコねであれば、0.1マイクロメートル以上の誤差が生じたらバター回収はできない。分子運動の場合、状況はもっと悪く、当初のほんのわずかな誤差が後の結果を大きく非連続的に変えてしまうことがある。もし、当初の状況をほんのわずかだけずらしたときに、結果もわずかだけしか変化しないのであれば、当初の精度を上げてゆくことによって、結果の精度を順次上げてゆけるという希望がある。しかし、現実はその希望を許さない。

一個一個の分子運動を見ても時間の向きは分からない。それらが集団となって初めて「分布」という概念が生じる。そして時間の向きは、分布の形に刻まれてゆく。分布が複雑きわまりない混合形態を経て、最後にはもはや互いに区別が付かないような一群の形態に変化してゆく過程が一方向きなのである。

ここで挙げた分子運動のように、

- ・変化のルール自体は規則的で、比較的単純
- ・しかし、その結果は予想も付かない程に複雑
- ・当初の状況をほんのわずかにずらしても、結果の様相が大きく変化する

といった過程を「カオス」と言う。この「カオス」という言葉自体は非常に有名になった感があるが、その明確な意味は言葉通り掴み所が無いものと私には感じられる。

■ 2 : 本論独自の見解 「時間に依存する知識が失われる」

本論では、時間の流れに向きがあるのは、我々の持つ知識、情報が失われてゆくからだ、という立場を取る。対象となる系自体は、個々の分子であれ、集団であれ、古典力学が示すように本来可逆なものとする。つまり、時間の流れとは我々が観る対象にあるのではなく、対象を観る我々の側にある。我々は明確な形で情報を捨てている、捨てざるを得ないようなメカニズムがある、と私は考えている。この考え方を、以下に説明しよう。

まず、観測者が分子の位置について何かを知っているような状況を想定しよう。気体が部屋の中の一部に封じ込められているならば、位相空間における範囲も一部に限定される。ここで気体を閉じ込めていた封印を解くと、気体は部屋一杯に広がるわけだが、このことは位相空間上ではどのように表されるのであろうか。実際の気体と同様に、狭い一部の範囲から広い範囲へと広がるはずだ。最初に気体がX方向に圧縮されていたなら、位相空間上でもX方向の位置に関する範囲は小さく圧縮されている。次に、気体をX方向に閉じ込めていた仕切を外せば、気体分子はX方向についてより自由に運動できるのだから、当然位相空間のX位置に関する範囲も広がる。ここで「位相空間上での体積一定」を信じるならば、Xが広がった分だけどこかがへこまなければならない。しかし、ただ気体が拡散しただけなら、他の方向、YやZが縮むわけでもない。一体どこがへこむのだろうか。話を単純化して、部屋の中に分子が1個だけある場合を考えよう。最初、部屋は中央で仕切られており、分子は右の部屋の中を跳ね回っているとします。仮に、分子が仕切から反対側の壁まで往復するのに1秒かかるとしよう。仕切を外すと分子は部屋の端から端まで2秒かかることになる。さて、ここに仕切を外した後の部屋の写真があって、分子が部屋の右側を右に向かって飛んでいるところが写っていたとする。この写真は仕切を外してから何秒後に撮ったものだろうか。答えは「偶数秒後」である。仕切を外してから1秒後にこうなることはあり得ない。この写真の状況は0、2、4、8・・・秒後にしか起こり得ないのだ。なぜ起こらないと分かるのか、それは最初に分子が右側にあったことを知っていたからである。最初に持っていた「右側」とい

う知識は、仕切をとった後では「偶数秒」に変わったわけだ。分子が沢山ある場合も1個のときと同じように、部屋中を行き交う分子の写真が何秒後に撮影したものであるか、時間の範囲をある程度絞ることができるはずだ。最初に分子が空間的に部屋の1/2の範囲にあることがわかっていたなら、仕切をとった後は時間的に1/2の範囲に絞ることができる。正確に辿ってゆけば、この「1/2」という知識の量は変化しない。位相空間上で見れば、やはり領域の体積は一定なのである。しかし、仕切をとる前後で位相空間の様子はかなり違っている。仕切をとる前の知識には時間に依存する要素が入っておらず、位相空間上の領域は定常的に静止したままであった。仕切をとった後の知識は時間に依存し、位相空間上の領域は自分自身の2倍の大きさの範囲を一定周期で動き回っている。

ここで翻って、エントロピーという指標が何であったかを思い起こしてみよう。そもそもエントロピーとは状態量、対象となる系の状態に対して一意に定まる量であった。系が定常的であったならエントロピーの値も一定であり、時間に依存して動き回ったりはしない。エントロピーを考えるときには「時間と共に変化する」といった要素はバツサリ切り捨てて、位相空間上の領域は定常的なものとして扱わねばならない。今考えている例では、エントロピーの基準を「当初と同体積の動き回る領域」とするわけにはいかないということだ。それでは時間と共に動き回る領域をどう扱うのかというと、領域が動き回る範囲全部を合わせて大きな領域を作って、この大きな領域を元々の動き回る領域の代わりに用いるのである。つまり、領域がどこに動いても充分カバーできるような広い領域を再設定するのである。今の例では「当初の2倍の大きさの定常的な領域」が基準となる。実際、「分子が偶数秒後に右側に来る」という知識はあまり役立ちそうにもない。それよりは「仕切をとったら体積が2倍に広がる」という方が素直だろう。さて、以上の過程において何処で位相空間が広がったのか、知識が切り捨てられたのかは明らかであろう。それは、時間に依存する知識を切り捨てて、領域を広く再設定した段階である。かくして知識は減り、領域は広がる。これが「エントロピー増大」の理由である。

上では簡単な分子1個の例を挙げたので、時間に依存する知識は「偶数秒後」といった簡単な言葉にまとめることができた。これが多数の分子の運動となれば、とても一言では表せない複雑なものとなるだろう。それでも、ある一枚の分子運動の写真を見せられたときに、それが何秒後に実現可能で、何秒後にはあり得ないものであるかどうか、理屈の上では言い当てることできるはずだ。もちろん、実際に時間帯を言い当てるには、常人を遙かにしのぐような記憶力と演算能力が必要となるだろう。しかし、とにかく当初に与えられた情報を最大限に生かせば、分子の写真が何秒後のものであるかを調べる手掛かりは残されていることになる。この分子運動に残された「手掛かり」を我々が実際に使おうとしないのは、仮に使ったとしても労力の割に得られるものがあまりにも少ないからであって、調べる手段そのものが消滅したわけではない。調べる手段が消滅するのは、我々が手掛かりそのものを破棄したときだ。知識を破棄する過程に対して初めて、破棄する以前、破棄した以後、という前後関係が生じるのである。このあたりに我々が「時の流れ」を感じる理由があるのだと、私は考えている。

位相空間という道具立てによって、古典力学の考え方がエントロピーとどのように結びついているのかを見てきた。古典力学の考え方とは、決定論、因果律、答えは一つ、といった類のものである。古典力学においては、時間とは単なるパラメーターに過ぎなかった。これに比してエントロピーの考え方は、純粋な古典力学よりも幾分現実的なものなのである。エントロピー流の考え方(熱統計力学)では、初期に持っていた情報は失われてゆくものであり、時間は過去から未来に一方通行に流れてゆくものである。古典力学とエントロピー流の考え方になぜこんなギャップがあるかという、根本の原因は「人間の認識能力の限界」にあるのだと私は考えている。※ 厳密な古典力学だけなら、あるいは人間もスーパーコンピューターも超越するような演算能力の持ち主なら、「知識は一定」であり「位相空間上の体積は保存する(増大しない)」と言えるかもしれない。そういった超越者にとっては過去と未来の全てがお見通しで、エントロピー増大という概念もなくなることだろう。エントロピーというのはもう少し現実的な指標で、時間の要素を含まない状態量である。箱の中に(マクロに見て)静止した気体が入っていたなら、いつ見てもエントロピーは同じ値をとる。1秒後にいくつで3秒後にしかじか、といったような変動はしない。古典力学とエントロピー、この二者の間には時間に依存する知識を切り捨てる操作が加わっている。あまりにも複雑で、役に立ちそうもない知識は捨ててしまおうということなのである。人間の扱える情報量には限りがある。我々は、粒子1つ1つ残らず調べるという方法は断念して、もう少し現実的な、全体の流れを追

う方法を探らざるを得ない。こうして「全体の流れを追う」方法で作られたのが熱統計力学なのである。熱統計力学は最初から個々の分子の情報を切り捨てる方針で組み立てられている。切り捨てなければ膨大な数の粒子から成る対象を扱うことは不可能であるし、我々にとって有用な結果は個々の粒子の振る舞いではなく、「全体の流れ」にある。エントロピーという指標には「観測者の知識」とか「実際役に立つ」といった人間臭い要素が盛り込まれているものと私は思う。

■ ※ そうではない、という意見も多い。

時間の流れる向きとは人間が居ようが居まいが、そんなことに関係なく自然界そのものに組み込まれたものである。しかし、私は時の流れとは人間の様な観測者から観て初めて生じるものだという立場をとる。この論争は語れども尽きないので、興味深い問題提起を1つ。

もし「完璧に、何1つ忘れない人」がいたとしたら、その人にとって「過去」はあるのだろうか。何1つ失っていないのなら、その人にとっての過去は現在と同じ重みを持つ実在なのではないか。なぜなら、過去が「完全」に再現できるからである。さらに、この人がラプラスの悪魔の様に完全な未来予測ができるとしたら、もはやこの人にとって過去・現在・未来の様相は意味を為さない。過去は忘れるが故に過去であり、未来は未知なるが故に未来である。過去と未来が全て確定している人にとって、時間とは空間的配置と同様、1つの静物に過ぎないであろう。

第一章 なぜ永久機関は実現不可能なのか なぜ熱機関には温度差が必要なのか

2006/08/21

さて、幾分抽象的な話が続いたので、もう少し現実的な話題に戻ろう。当初の永久機関の話題に立ち返り、ここでは「なぜ熱機関には温度差が必要なのか」の理由を探ろう。前の節で述べた様に、熱エネルギーを利用するためには必ず温度差が必要となる。自動車であれ、発電所であれ、当初に有していた石油やウランのエネルギーの一部だけを利用しているに過ぎない。残りの大半は、単に空気や海水を暖めるだけに使われているのである。考えてみると、これは何とも勿体ない話ではないか。空気や海水を暖めている分を、利用可能な運動や電気に回すことはできないのだろうか。※ オートドックスな熱力学では、熱機関に温度差が必要なのは経験則であり、理論構築の出発点となっている。なので、もし出発点を帰結から逆に説明するのであれば、順序としてはおかしい。しかし我々は一方で、分子運動の状態が取り得る確率、という別の出発点を持っている。ここでは分子レベルの視点から、よく知られた事実を再考してみよう。

分子レベルで見たとき、エネルギーの流れる向きは

「閉じた系は、放っておけば最も確率の高い状態に移行する。」

という考え方によって説明できた。

体系の取り得る場合の数は(外部と特別のやりとりがなければ)決して減少することはなく、実際には増大するのが自然である。古典力学の基本精神に立ち返ると、1つの原因は必ず1つの結果に対応する。ということは、最初に体系が持つ場合の数がN通りであれば、途中でいかなる紆余曲折を経たとしても、結果もまたN通りになるはずだ。(これを数理的に表現したのがリュービルの定理であった。) 実際には、体系の持つ場合の数は時間が経つにつれて増大する。それが理屈の上で、人間の認識能力の限界によるのか、カオス的な振る舞いの結果なのかはともかくとして、場合の数が一方的に増えてゆくという事実は経験に照らして疑いようがない。

さて、ここで改めて熱と仕事の違いが何であったかを思い起こしてみよう。両者の本質的な違いは

「仕事は出方がわかっているが、熱運動は全くのでたらめで出方がわからない」

ということであった。熱とは分子運動の集まり、物体に仕事を加えた結果も運動なのだから、「運動」という点において両者は共通している。向きや大きさが未知である運動が熱、機知であるものが仕事なのである。

以上の知識から、熱を仕事に直接(他に何の変化の跡も残さずに)変えることができない理由が明らかとなる。未知の運動とは、取り得る場合の数が多数ある運動のことである。機知の運動とは、取り得る場合の数がただ1通りに限定されている運動のことだ。例えば、右に動くか左に動くか分からない状態にある運動は2通りの可能性を持つ。一方、確実に右に動くことが分かっている運動の場合の数は1通りである。「熱を仕事に変える」とは、つまり多数の可能性を持つ運動をただ1通りの運動に置き換える操作なのである。これが不可能なことは、古典力学の考え方からも明らかであろう。原因となる熱が左右2通りの可能性を持ち、結果となる仕事は唯一の状態、こんなことはありえない。もし原因として考えられる状態が2通りだったなら、その結果として現われる状態も2通りのはずだ。第二種永久機関とは、つまりところ2通り以上の異なる状態を何とかして1通り(ないしはもとより少ない数)の状態に還元しようとする試みだったのである。

ある体系が熱を吸収すれば、熱量に相当するエネルギーを受け取るだけでなく、熱の持っていた「場合の数」も同時に受け取ることになる。この体系から仕事を取り出したならば、体系からエネルギーは持ち出されるが、「場合の数」は持ち出されない。これを繰り返すと、体系の中には「場合の数」がどんどん蓄積する、つまり体系の取り得る状態数が一方的に増大することになる。これでは体系の状態を継続的に維持することはできない。継続的に維持しつつ仕事を取り出し続けるには、

1: エネルギーの出入りが等しい

2: 場合の数の出入りが等しい(又は、出て行く場合の数の方が多い)

の2つの条件を満たす必要がある。

1: の条件が熱力学第一法則、つまりエネルギー保存則

2: の条件が熱力学第二法則、つまりエントロピー増大則

である。

この2つの条件を見れば、熱から仕事を取り出す体系の輪郭が自ずと浮かび上がってくる。それは、体系から場合の数をもち出す流れが欠かせない、ということだ。場合の数は、仕事として体系から出ては行かない。ならば、仕事とは別のルートで体系から場合の数を廃棄する必要がある。これが即ち廃熱なのである。体系が取り込んだ熱の一部を仕事に変換し、残りを廃熱として場合の数の廃棄に充てるとすると、どうしても廃熱の方が最初に取り込んだ熱よりも少ないエネルギーで等量(以上)の場合の数を運ぶ必要に迫られる。実はこれが、同じ熱量を高温から取得し、低温に廃棄しなければならない理由なのである。というのは、同じ熱量を加えるならば、低温の方が高温よりも多く場合の数が変化するためである。

それでは定量的に、低温と高温で一体どのくらい場合の数の違いがあるのか。この定量換算を行うには、場合の数の対数をとったものが便利である。同じ熱量に対して、場合の数の対数をとったものの変化を比較すると、変化は温度の逆数に比例する。つまり、低温 T_1 と高温 T_2 で同じ熱量 Q を与えたとすると、場合の数の対数の変化はそれぞれ Q/T_1 、 Q/T_2 となる。低温と高温で場合の数の差がある分だけ、つまり $Q/T_1 - Q/T_2$ だけ、熱の一部を仕事に振り向けることができる。熱をどのくらいまで仕事に振り向けられるかは、結局のところ高温と低温の温度によって決まってしまうのだ。高温で受け取る熱量を Q_2 、低温で廃棄する熱量を Q_1 、取り出される仕事を W とすると、

$$W = Q_2 - Q_1 \quad \text{-- 条件1: エネルギーの保存}$$
$$Q_2 / T_2 \leq Q_1 / T_1 \quad \text{-- 条件2: 「場合の数」は減らない}$$

熱をどのくらいまで仕事に振り向けられるかは W / Q_2 なので、これを求めると

$$W / Q_2 \leq 1 - T_1 / T_2$$

となる。

以上は「エントロピー」という用語を「場合の数」に置き換えて説明したものである。既に述べてきたように、エントロピーとは「場合の数の対数をとったもの」であった。ただ、ここで「場合の数」を強調したのは、それが第二種永久機関を否定する本質的な理由となっているからに他ならない。なぜ熱機関には温度差が必要なのか、それは、熱機関が低温への廃熱という形で場合の数を捨て去らねばならないからである。

■ ※

自動車や発電所であれば、石油を燃やして熱に変えた後にエネルギーを取り出すよりも、石油の持つ化学エネルギーを直接取り出した方が遙かに効率が高い。これがいわゆる燃料電池である。

まとめ ～ 第二種永久機関ができない理由

これまでに私は、過去に考えられてきた永久機関の例と、なぜそれらの永久機関ができないのかという理由を説明してきた。第二種永久機関ができない理由は何かと聞かれれば「エントロピーは増大するから」という答が最もありきたりであろう。しかし、この答は肝心の内容を「エントロピー」という言葉に置き換えただけに過ぎない。改めて「それではエントロピーとは何か、なぜエントロピーは増大するのか？」と問われれば、これまで述べてきたような長い説明をしなければならない。エントロピーという概念は非常に広範囲に適用できるので、その全てを知ろうとするのは少なからず大変なことだと思う。

ここで、改めて最初の質問「なぜ第二種永久機関はできないのか」に立ち返えろ。まず最初の答えは「試しに幾つかやってみてできなかった」というものだった（[\[link:02_2ndKindPPM_Macro.html\]](#)、[\[link:03_2ndKindPPM_Examples.html\]](#)）。次に分子の熱運動を直接取り出せないかどうか考えて「ばらばらになった運動の一つに揃えることはできない」という結論を得た（[\[link:06_2ndKindPPM_Micro.html\]](#)）。さらに、分子の熱運動を予め知っていれば仕事を取り出せるのではないかと考えたのだが、「分子の運動を観測して情報を取り出す為には相応のエネルギーが必要」ということで結局これもだめであった（[\[link:11_SzilardsDemon.html\]](#)）。以上の話をまとめて、なぜ第二種永久機関ができないのか、ずばり答えよう。それは

「複数の異なる原因(初期条件)から同一の結果を得ることができない」

からである。

例えば分子運動の向きを揃える一方通行の弁（[\[link:06_2ndKindPPM_Micro.html\]](#)）。これは分子が右からきた場合も左からきた場合も、結果としてどちらか一方方向だけに向くという装置である。しかし、仮に2通りの分子が1通りになったとしたら、その代償に何か2通りになっていなければならない。弁のような装置なら、弁自体が熱を持つ、つまり2通りのどちらかわからない運動を始めるこのによって因果律は満たされる。また、左右どちらかの部屋に入っている分子を観測して一方に決めようとする試み（[\[link:11_SzilardsDemon.html\]](#)）。確かに観測すれば分子がどちらに入っているのか分かるだろうが、分子の状態が一つになったかわりに、観測に用いた何か2通りになっていなければならない。例えば観測に光を使えば、観測後の光の状態は2通りとなる。仮に観測後の2状態となった光を何らかの物理的実在＝メモリーに保持したとすれば、メモリーを消去して1状態に戻す際にどうしてもエネルギーの散逸が避けられない。ここまでの話は多分に思弁的なものであったが、同じ考え方が実際の熱機関にも適用できる。熱機関が温度差を必要とするのは、低温への廃熱という形で場合の数を捨て去らねばならないからである（[\[link:17_WhyThermoDiffIsNeeded.html\]](#)）。このため熱機関の効率は高温と低温の温度によって決まってしまう、どんなにがんばってもこの効率を越えることはできない。

以上より、また過去の経験の蓄積より得られる結論は、やはり「第二種永久機関は実現不可能」ということだ。いかなる装置、方法を用いてもエントロピーを減少させることはできない。科学にはあらゆる既成事実を疑ってかかる態度が必要だが、どうやら第二種永久機関について疑いの余地はなさそうだ。本論では、「第二種永久機関は不可能」という事実をはっきり認めている。そして、これまでエントロピーの説明に長々と紙面を割いてきたのは、具体的に何が不可能なのかを知って欲しかったからである。私は、第二種永久機関ができない根本の理由は「複数の異なる原因(初期条件)から同一の結果を得ることができない」からだと説明した。

本論の最終的な目的は「熱を利用可能なエネルギーに変える仕組みの実現は不可能ではない」ことを示す所にある。しかしこれは、どう見てもたった今不可能と結論付けた第二種永久機関ではないか。もし「熱を利用可能なエネルギーに変える仕組み」が実現できるのであれば、それは上記の理由「異なる原因から同一の結果を得ることは不可能」を何らかの方法で回避したものでなければならない。私は、これから提唱する「実現可能な仕組み」を「第二種永久機関」とは呼ばない。なぜなら、「実現可能な仕組み」はエントロピーを減少させる装置ではないからである。エントロピーはやはり増大する。エントロ

ピーが増大しながらも、なおかつ利用可能なエネルギーを取り出す方法が存在する、これが私の主張である。